

2.1-2.2 节作业

5. 抛掷一枚分币，直到出现“正面朝上”时为止。求抛掷次数的概率分布。

7. 设 X 服从泊松分布，且已知 $P(X=1)=P(X=2)$ ，求 $P(X=4)$ 。

10. 验证等式 $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = 1$ ($\lambda > 0$)，(泊松分布的“总概率”为 1)。

11. 利用恒等式 $(1+x)^N = (1+x)^M \cdot (1+x)^{N-M}$ 两边 x^n 的系数相等，验证等式

$$\sum_{m=0}^n \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n} = 1$$

2.3-2.4 节作业

2. 随机变量 X 的概率密度为

$$p(x) = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{1-x^2}} & |x| < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求(1) 常数 C ; (2) X 落在区间 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 内的概率。

6. 乘以什么常数 C 将使 Ce^{-x^2+x} 变成概率密度函数?

7. 设 X 的密度为

$$p(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(x^2+1)} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

求 $Y = \ln X$ 的密度。(当 $x \leq 0$ 时, 规定 $\ln x = 0$)

8. 设 X 服从自由度为 k 的 χ^2 分布:

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(\frac{k}{2})} x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

求 $Y = \sqrt{X/k}$ 的密度。

9. 由统计物理学知道分子运动的速率 X 服从麦克斯韦分布, 即密度为

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{4x^2}{\alpha^3\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{\alpha^2}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

其中参数 $\alpha > 0$, 求分子运动的动能 $Y = \frac{mX^2}{2}$ 的密度。

12. 点随机地落在中心在原点, 半径为 R 的圆周上, 并且对弧长是均匀地分布的。

求落点的横坐标的概率密度。

14. 设随机变量 X 的分布密度为

$$(1) p(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2} & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$(2) p(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 X 的分布函数 $F(x)$, 并作出(2)中 $p(x)$ 与 $F(x)$ 的图形。

16. 如果 X 的分布函数 $F(x)$ 具有连续导函数 $F'(x)$ 。试证: $F'(x)$ 是 X 的分布密度。