

几何学实验班, 2023 年秋季

作业 5

上交时间: 11 月 22 日

1. 空间直角坐标系中, 记坐标 XY 平面的单位圆为 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1, z = 0$ 。找出所有这样的点 A , 使得以 A 为极的中心投影 (根据相应的目标平面) 把 Γ 映成坐标 YZ 平面中的抛物线和坐标 XZ 平面中的双曲线。
2. 类比射影平面的处理方式, 尝试给出三维实射影空间的线向模型和线把模型, 并指出如何将它们等同。
3. 三维实射影空间中, 面与不在面上的线是否总相交于点? 试给出一个合理的回答。
4. 对于一维射影直线 $P(\mathbb{E}^1)$, 给出射影变换的合理定义。设 A_1, A_2, A_3 是射影直线 $P(\mathbb{E}^1)$ 上不同的三个点, B_1, B_2, B_3 是射影直线 $P(\mathbb{E}^1)$ 上不同的三个点。证明存在射影变换 ϕ , 将 A_1, A_2, A_3 分别映为 B_1, B_2, B_3 。

[尤] §5.1: 2, 3, 4, 5; §5.2: 1, 2;