高等数学 A, 2021 年秋季

作业 5

上交时间及方式：2021.11.16 习题课

1. 求极限

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sin\frac{1}{n^2}+\sin\frac{2}{n^2}+\cdots+\sin\frac{n}{n^2}\right],\qquad \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2}{n^2}\right)\cdots\left(1+\frac{n}{n^2}\right)$$

2. 求导数

$$y=\frac{ax+b}{cx+d}\ (ad-bc\neq 0)$$

$$y=\frac{\sin x}{x}$$

$$y=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|$$

$$y=\tan x-\frac{1}{3}\tan^2 x+\frac{1}{5}\tan^3 x$$

3. 求导数

$$y=a^{\sin x}$$

$$y=x^{x^x}$$

$$y=x\arctan x-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)$$

$$y=\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a}\ (a>0)$$

4. 求证：极限 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-b}{x-a}=A$ 的充要条件是

$$\lim_{x\to a}\frac{e^{f(x)}-e^b}{x-a}=e^bA$$