

同伦论, 2019 年春季

作业 1

上交时间: 3 月 20 日

1. 设 $f: X \rightarrow Y$ 是一个同伦等价, 证明诱导同态 $f_*: \pi_n(X, x_0) \rightarrow \pi_n(Y, y_0)$ 对任意 n 是同构。
2. 设 X 是 CW 复形, A 是 X 的可缩的子复形, 证明存在 X 到 A 的收缩映射。
3. 设 X 是伪圆周, 证明
 - (a) X 的基本群平凡。
 - (b) X 不是可缩的。
 - (c) 单点空间可以弱同伦等价到 X , 但它们不同伦等价。并且 X 不与任何 CW 复形同伦等价。
4. 构造弱同伦等价 $f: X \rightarrow Y$, 使得不存在从 Y 到 X 的弱同伦等价。
5. 如果 CW 复形 X 可以表示为如下子复形序列的并

$$X_1 \subset X_2 \subset X_3 \subset \cdots \subset \cdots$$

并且每个包含映射 $X_i \hookrightarrow X_{i+1}$ 零伦, 则 X 是可缩的。