



北京大学

博士研究生学位论文

题目：复杂构件化系统的余代数语义

姓名：刘艾

学号：1501110050

院系：数学科学学院

专业：应用数学

研究方向：程序理论、软件形式化方法

导师：孙猛教授

二〇二〇年六月

版权声明

任何收存和保管本论文各种版本的单位和个人，未经本论文作者同意，不得将本论文转借他人，亦不得随意复制、抄录、拍照或以其他方式传播。否则一旦引起有碍作者著作权之问题，将可能承担法律责任。

摘要

随着计算机硬件能力的增强，人们希望软件能实现的功能也越来越复杂多样。基于构件的系统设计一方面可以将复杂的系统拆解成简单的构件，从而降低实现的成本和难度；另一方面可以通过协调和组合方式，利用构件的复用性来实现多样化的功能需求。构件通过与外界环境交互的接口对外提供服务。基于构件的软件开发的核心理念是选择一些预置好的构件，通过一系列组合操作来创建软件系统。

代数和余代数是计算机科学中的两种通用理论。代数基于构造的思想给出了抽象数据类型的数学模型。作为代数的对偶概念，余代数则是从解构的角度，对系统的可见行为进行观察。近年来，余代数已被广泛应用于基于状态的变迁系统的研究之中。在构件化软件的开发之中，构件的行为只能通过接口观察得到，这一特征使得构件非常适合通过余代数来进行描述，通过将构件建模成余代数来研究构件的行为和组合机制是对构件化软件一个重要的分析手段。在本文中，我们基于余代数理论，对构件组合与协调机制以及量子构件、模糊构件等基于构件的复杂系统进行了研究，并提出了一种通用的构件化系统开发语言。

首先，本文第3章对*Mediator*语言给出了精确的余代数语义描述。*Mediator*是一种针对基于构件系统的建模语言，它从底层自动机角度和高层系统角度分别对构件的内部行为以及构件之间的组合方式进行描述。本文给出了*Mediator*语言的余代数语义，基于该语义我们可以刻画*Mediator*构件的非确定性行为，描述它们的组合机制，并且比较它们的状态间的相似度。

随后，本文第4章提出了一种通用的构件化开发语言，该语言以计算类型作为参数，比如非确定性，概率，延时，量子，模糊等等。由于该语言具体的计算类型是未知的，其操作语义基于计算树的概念得到，只展现程序所有可能出现的运行结果。文中通过余代数给出了该语言的指称语义定义，并且从观察的角度，基于余代数模型定义了程序等价性，可用于不同程序进行比较。

接着，本文第5章研究了量子构件。基于量子叠加态和量子纠缠等特性，量子计算在高效算法和密码学等领域中比经典计算更具优势；本文第5章提出了反应式量子系统的概念，并且给量子标号迁移系统，反应式量子系统和量子自动机提供了一个统一的余代数语义框架，使得三者的量子行为可以相互比较。

最后，本文第6章研究了模糊构件。模糊控制使得构件化开发的实现变得成本低且效率高；本文第6章将不同类型的模糊自动机建模成同一类型的余代数，使得它们之间可以相互组合并且对模糊语言有了统一的语义定义。

关键词： 构件化系统，余代数，*Mediator*，元语言，量子系统，模糊自动机

Coalgebraic Semantics for Complex Component-based Systems

Ai Liu (Applied Mathematics)

Directed by Prof. Meng Sun

ABSTRACT

With the increasing capabilities of computer hardware, it is expected that software can implement more and more complex and diversified functions. On one hand, component-based system design decomposes complex systems into simple components so that the implementation can be cheaper and more efficient. On the other hand, it can implement different functional requirements by reusing components through coordination and composition mechanisms. Components provide services through interfaces that interact with the external environment. The core idea of component-based programming is to build software systems by selecting prefabricated components and assembling them via a palette of compositional operators.

Algebra and coalgebra are two universal theories in computer science. Algebra develops mathematical models for abstract data types based on the idea of construction. As the dual notion of algebra, coalgebra specifies systems' observable behavior from the perspective of destruction. In recent years, coalgebra has widely been used in the study of state-based transition systems. In the development of component-based software, components' behavior can only be observed through their interfaces, which makes components very suitable to be specified by coalgebras, so that modeling components as coalgebras to analyze their behavior and composition mechanism is an important method for component-based software systems. In this thesis, we study composition and coordination of components in complex component-based systems, quantum and fuzzy components, and propose a generic language for the development of component-based systems.

First, we propose a precise coalgebraic semantics for *Mediator* language in Chapter 3. *Mediator* is a modeling language for component-based systems, which provides a proper formalism for both high-level system layouts and low-level automata-based behavior units. We provide a coalgebraic semantics for *Mediator*, where we can specify *Mediator* components'

nondeterministic behavior, describe their composition and compare the similarity between configurations.

Next, we develop a generic component-based programming language in Chapter 4, which is parametric on computational effects, such as nondeterminism, probability, duration, quantum and fuzz. Since the concrete computational effect is unknown, the operational semantics is obtained based on the notion of computation tree, demonstrating all possible results after executing a program. The denotational semantics is interpreted with coalgebras and the notion of program equivalence is defined based on coalgebras from the perspective of observers, which can be used for comparing different programs.

Then, we study quantum components in Chapter 5. Due to quantum features like superposition and entanglement, quantum computation is believed to have some advantages over classical one on some aspects, such as efficient algorithms and cryptography. We propose the notion of reactive quantum system and develops a unifying coalgebraic framework for quantum labeled transition systems, quantum reactive systems and quantum automata so that their quantum behavior can be compared.

Finally, we study fuzzy components in Chapter 6. In component-based programming, fuzzy control can make the implementation cheaper and more efficient. Different types of fuzzy automata are modeled as coalgebras with the same type so that they can be composed and the notion of fuzzy language can be defined uniformly.

KEYWORDS: Component-based Systems, Coalgebra, *Mediator*, Metalanguage, Quantum Systems, Fuzzy Automata

Contents

Chapter 1 Introduction	1
1.1 Coalgebraic Methods	1
1.2 Component-based Programming	2
1.3 Quantum Computation	4
1.4 Fuzzy Control Systems	6
1.5 Thesis Outline and Contributions	7
 Chapter 2 Fundamental Concepts	 11
2.1 Category Theory	11
2.2 Coalgebra Theory	15
 Chapter 3 Coalgebraic Semantics for <i>Mediator</i>	 19
3.1 The Modeling Language <i>Mediator</i>	19
3.1.1 Automata	19
3.1.2 Systems	21
3.2 Operational Semantics of <i>Mediator</i>	22
3.2.1 Configurations	22
3.2.2 Normal Automata	23
3.2.3 Automaton as Labeled Transition System	25
3.3 The Coalgebraic View	27
3.3.1 <i>Mediator</i> Automata as Coalgebras	27
3.3.2 Composition	28
3.4 Equivalence and Refinement for <i>Mediator</i>	34
3.4.1 Bisimulation	34
3.4.2 Refinement	39
 Chapter 4 A Metalanguage for Component-Based Programming	 41
4.1 A First Introduction to Components	41
4.2 The Language	43
4.3 Operational Semantics	47
4.4 Denotational Semantics	51
4.4.1 Our Interpretation Domain: State-based Kleisli Categories	51

4.4.2	A Denotational Semantics	55
4.5	Program Equivalence	58
4.5.1	Simulation for Programs	58
4.5.2	Simulation and Minimization for Components	62
4.6	Hybrid Components	65
Chapter 5	Quantum Systems as Coalgebras	69
5.1	Linear Algebra	69
5.2	Quantum Labeled Transition System	71
5.3	Reactive Quantum Systems	74
5.4	Quantum Finite Automata	77
5.5	A Unifying Coalgebraic Framework for QLTS and RQS	79
5.5.1	Coalgebraic Models	80
5.5.2	Final Coalgebra	83
5.5.3	Simulation	86
5.6	Q-component	88
Chapter 6	Fuzzy Automata as Coalgebras	91
6.1	Fuzzy Automata	91
6.2	Fuzzy-set Monad	92
6.2.1	Fuzzy Set	92
6.2.2	Properties of Fuzzy-set Monad	93
6.3	Coalgebraic Framework	95
6.3.1	Coalgebraic Models	95
6.3.2	Fuzzy Language	96
6.3.3	Bisimulation	97
6.4	Composition for FMIA	99
Chapter 7	Conclusion and Future Work	103
7.1	Conclusion	103
7.2	Future Work	104
Bibliography		107
在读期间论文发表情况		117
致谢		119

北京大学学位论文原创性声明和使用授权说明

121

在读期间论文发表情况

已发表论文

1. Ai Liu and Meng Sun. “A Coalgebraic Semantics Framework for Quantum Systems”. In: Proceedings of ICFEM 2019. Vol. 11852. LNCS. Springer, 2019, pp. 387-402.
2. Ai Liu, Shun Wang, Yi Li, and Meng Sun. “On Semantics for Mediator: A Coalgebraic Perspective”. In: Proceedings of SOFL+MSVL 2018. Vol. 11392. LNCS. Springer, 2018, pp. 146-165.

已接受论文

1. Ai Liu, Renato Neves, Luís Soares Barbosa and Meng Sun. “Effectful Components and Program Equivalence” Accepted by WADT 2020.

已投稿论文

1. Ai Liu and Meng Sun. “A Unifying Coalgebraic Semantics Framework for Quantum Systems”. Submitted.
2. Ai Liu, Shun Wang, Luís Soares Barbosa and Meng Sun. “Fuzzy Automata as Coalgebras”. Submitted.

致谢

“世事一场冰雪，花间几度奇缘。”

流年暗中偷换，不知不觉已是在燕园的第五个年头。顾盼韶华，似水流年中有太多值得感谢的人与事。

首先，我要由衷地感谢我的导师孙猛教授。从合肥到北京，是孙老师一个电话造就了这五年未名生涯的缘起。一方面，在北大期间孙老师给我们提供了一个非常自由的学习环境，让我们可以专注于自己的科研学习，不为琐事所扰；另一方面，孙老师还给我们创造了和诸多专业领域相关老师交流的机会，甚至为我们尽可能地提供出国交流机会。

其次，我要感谢一些和我深入交流讨论以及合作过的老师。在葡萄牙米尼奥大学交流学习期间，有赖于Luis Soares Barbosa和Renato Neves的耐心指导，使我对余代数领域和学术写作有了更深刻的理解。在鹏城实验室实习期间，感谢冯元老师非常耐心地给我解答量子计算相关的疑惑并且着重训练了我的表达能力，以及蒋瀚如师兄在我准备讲稿过程中的诸多帮忙。

此外，我还得感谢在所有曾为我传道受业解惑的老师，包括曾在北大为我授课的曹东刚老师、金芝老师、林作铨老师、马尽文老师、麻志毅老师、牟克典老师、夏壁灿老师、熊英飞老师、杨河老师、杨建生老师，曾在上海华东师大暑期学校为我授课的Filippo Bonchi, Marcello Bonsangue, 和Jurriaan Rot, 曾在讨论班上和各种会议上和我有过交流指导的白光冬老师，裘宗燕老师，应明生老师，张立军老师，詹乃军老师等等。

师者传我道，友者伴我行，我还要感谢这一路走来学习上生活上对我有过帮助的同学朋友们。学习上，既有同我有过合作的李屹和王顺，也有一直以来共勉的李媛，当然少不了和我在讨论班上一起讨论学习过的刘海洋，胡婷婷，王译梧，陈霄泓，冀元祎，徐鹤元，张喜悦，洪伟疆，卢煜腾，孙纬地，张琦，冯逸群，杨晓宇，薛骁勇。生活上，葡萄牙交流期间有赖刘冲和熊延亮的照顾才能适应异乡环境，在深圳的鹏城实验室期间也多亏了陈佳亮、潘璠、刘嘉仪的慰藉。

此外，所幸五年漂泊红尘中，经过的城都有温暖我冰冷的好人。酒中知己，皆是有幸相逢。与王秉睿就着啤酒说理想，同黄静静对酌红酒话浮生，和辞寒饮罢黄酒谈风月。算来五年酸涩，尽在举盏之间。同行半路，亦是何其有幸。与李兴桥漠河归来不看雪，同曾诗雅烟雨江南怅忘归，和瞿升庐州月下听许嵩。想来风景如画，亦因好

友在侧。

“父母在，不远游，游必有方。”我的爹亲娘亲也许在学术上和生活上碍于条件限制无法帮到我什么，但是他们从来无条件地支持我的决定，才能让我飘零半生，读博五年，从来心安。

片语难以言谢，惟愿诸位长安。

北京大学学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品或成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

论文作者签名： 日期： 年 月 日

学位论文使用授权说明

(必须装订在提交学校图书馆的印刷本)

本人完全了解北京大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，即：

- 按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；
- 学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并提供目录检索与阅览服务，在校园网上提供服务；
- 学校可以采用影印、缩印、数字化或其它复制手段保存论文；
- 因某种特殊原因需要延迟发布学位论文电子版，授权学校在 一年 / 两年 / 三年以后在校园网上全文发布。

(保密论文在解密后遵守此规定)

论文作者签名： 导师签名： 日期： 年 月 日