

线性代数(B), 作业7

交作业时间: 2018/11/12

书上习题:

- 习题4.6: 5, 12, 14
- 习题5.1: 1(2), 3
- 习题5.2: 5, 6, 7
- 习题5.3: 1(2), 5, 11, 12

补充题:

- 设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 是欧式空间 $\mathbb{R}^n$ 内一个向量组, 令

$$D = \begin{bmatrix} (\alpha_1, \alpha_1) & (\alpha_1, \alpha_2) & \cdots & (\alpha_1, \alpha_s) \\ (\alpha_2, \alpha_1) & (\alpha_2, \alpha_2) & \cdots & (\alpha_2, \alpha_s) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (\alpha_s, \alpha_1) & (\alpha_s, \alpha_2) & \cdots & (\alpha_s, \alpha_s) \end{bmatrix}.$$

证明: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关的充分必要条件是 $|D| \neq 0$.

- 设 A 为一个 n 阶方阵, ξ 为 $\mathbb{R}^n$ 中一个列向量. 如果 $A^{k-1}\xi \neq 0$, 但 $A^k\xi = 0$.
 1. 证明: $\xi, A\xi, \dots, A^{k-1}\xi$ 线性无关.
 2. 如果 $k = n$, 证明: A 相似于如下矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{bmatrix}.$$