

## 线性代数(B), 作业14

交作业时间: 2018/12/31

书上习题:

- 习题9.2: 1, 3, 4, 7
- 习题9.3: 2, 3
- 习题9.4: 3, 7, 8

补充题:

- 设 $\alpha, \beta$ 是欧氏空间中两个不同的单位向量, 证明: 存在一个镜面反射 $A$ , 使得 $A\alpha = \beta$ .
- 证明:  $n$ 维欧氏空间中任一正交变换都可以表示成一系列镜面反射的乘积.
- 将一个复方阵分解为实部和虚部

$$U = P + iQ.$$

证明:  $U$ 为酉矩阵的充分必要条件是 $P'Q$ 对称且 $P'P + Q'Q = I$ .

- 证明矩阵

$$U = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \omega & \cdots & \omega^{n-1} \\ 1 & \omega^2 & \cdots & \omega^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \omega^{n-1} & \cdots & \omega^{(n-1)^2} \end{bmatrix}, \quad \text{其中 } \omega = e^{\frac{2\pi i}{n}}$$

是酉矩阵.