# 线性代数(B)，作业1

交作业时间：2018/09/27

书上习题:

- 习题1.1: 1(4), 1(5), 3(2), 3(4)
- 习题1.2: 2, 5, 7(1)
- 习题2.1: 1(2), 1(8), 5, 6(3)

补充题:

- 当$a, b$满足什么条件的时候，下列齐次线性方程组有非零解？当有非零解时，求出它的所有解.

$$\left\{\begin{array}{ccccccccccc} ax_1 & + & bx_2 & + & bx_3 & + & \cdots & + & bx_n & = & 0 \\ bx_1 & + & ax_2 & + & bx_3 & + & \cdots & + & bx_n & = & 0 \\ bx_1 & + & bx_2 & + & ax_3 & + & \cdots & + & bx_n & = & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ bx_1 & + & bx_2 & + & bx_3 & + & \cdots & + & ax_n & = & 0 \end{array}\right.$$

- 判断下述集合是否为数域

$$\mathbf{Q}(\pi) = \left\{ \frac{a_0 + a_1\pi + \cdots a_n\pi^n}{b_0 + b_1\pi + \cdots b_m\pi^m} \;\middle|\; m, n\text{为非负整数}, a_i, b_j \in \mathbf{Q} \right\},$$

其中假定$b_0, b_1, \cdot, b_m$不全为0. (注：需要用到$\pi$不是任何有理系数代数方程的根，即当$b_0, b_1, \cdots, b_m$不全为0的有理数时，$b_0 + b_1\pi + \cdots b_m\pi^m \neq 0$.)

- 考虑下列齐次线性方程组:

$$\left\{\begin{array}{ccccccccccc} a_1x_1 & + & a_2x_2 & + & a_3x_3 & + & \cdots & + & a_nx_n & = & 0 \\ a_nx_1 & + & a_1x_2 & + & a_2x_3 & + & \cdots & + & a_{n-1}x_n & = & 0 \\ a_{n-1}x_1 & + & a_nx_2 & + & a_1x_3 & + & \cdots & + & a_{n-2}x_n & = & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_2x_1 & + & a_3x_2 & + & a_4x_3 & + & \cdots & + & a_1x_n & = & 0 \end{array}\right.$$

1. $n = 2$时, $a_1, a_2$满足什么条件的时候有非零解?
2. $n = 3$时, $a_1, a_2, a_3$满足什么条件的时候有非零解?
3. (选做题)对于一般的$n$, $a_1, a_2, \cdots, a_n$满足什么条件的时候有非零解?