第三次作业

5.抛掷一枚分币，直到出现“正面朝上”时为止。求抛掷次数的概率分布。

7.设 X 服从泊松分布，且已知 P(X=1)=P(X=2)，求 P(X=4)。

10.验证等式$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$=1$(\lambda>0)$，(泊松分布的“总概率”为 1)。

11.利用恒等式$(1+x)^N$=$(1+x)^M\cdot(1+x)^{N-M}$两边x^n的系数相等，验证等式

$$\sum_{\mathrm{m}=0}^{n}\frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}=1$$

2.随机变量 X 的概率密度为

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{C}{\sqrt{1-x^2}} & |x|<1\\ 0 & 其他\end{cases}$$

求(1) 常数 C；(2) X 落在区间（$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$）内的概率。

6.乘以什么常数 C 将使Ce^{-x^2+x}变成概率密度函数？

7.设 X 的密度为

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi(x^2+1)} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$$

求 Y= ln X 的密度。（当$x\le 0$时，规定 ln x＝0）

8.设 X 服从自由度为 k 的χ^2分布：

$$p_X(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(\frac{k}{2})}x^{\frac{k}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$$

求 Y=$\sqrt{X/k}$的密度。

9.由统计物理学知道分子运动的速率 X 服从麦克斯韦分布，即密度为

$$p_X(x)=\begin{cases}\dfrac{4x^2}{\alpha^3\sqrt{\pi}}e^{-\frac{x^2}{\alpha^2}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$$

其中参数$\alpha>0$，求分子运动的动能 Y=$\frac{mX^2}{2}$的密度。

12.点随机地落在中心在原点，半径为 R 的圆周上，并且对弧长是均匀地分布的。求落点的横坐标的概率密度。

14.设随机变量 X 的分布密度为

（1）$p(x)=\begin{cases}\frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2} & -1<x<1\\ 0 & 其他\end{cases}$

（2）$p(x)=\begin{cases}x & 0\le x<1\\ 2-x & 1\le x\le 2\\ 0 & 其他\end{cases}$

求 X 的分布函数 F(x)，并作出(2)中 p(x)与 F(x)的图形。

16.如果 X 的分布函数 F(x)具有连续导函数$F'(x)$。试证：$F'(x)$是 X 的分布密度。