

《偏微分方程数值解讲义》第一版第二次印刷勘误表

第一章.

- (1) 第2页第9行, 将 “ Δ^{2m} ” 换为 “ $(-\Delta)^m$ ” .
- (2) 第2页第10行, 将 “ Δ^{2m} ” 换为 “ Δ^m ” .
- (3) 第19页第13行, 删除 “我们也可以适当选取 V_P 构造对称有限体积格式” .
- (4) 第30页第13行, 删除习题 8。

第二章.

- (1) 第39页倒数第4行, 将(2.2.28) 中的公式 “ $L_{(h,\tau)} = \frac{\delta_x^2}{(\Delta x)^2} - \frac{\Delta_{+t}}{\Delta t}$ ” 换为
“ $L_{(h,\tau)} U_j^{m+1} = \left(\frac{\delta_x^2}{(\Delta x)^2} - \frac{\Delta_{+t}}{\Delta t} \right) U_j^m$ ” .
- (2) 第63页倒数第1行, 将 “仍然是 $O(\tau + h^2)$ ” 换为 “可达到 $O(\tau + h)$ ” .
- (3) 第63页第1-2行, 将 ” 虽然逼近... 不争的事实。” 换为 “可见逼近边界条件 (2.3.36) 使得离散解整体误差关于空间步长的逼近阶降了一阶” .
- (4) 第64页第11行, 将 ” 仍是” 换为 “是” .
- (5) 第65页第3行, 将等式右端第一个方括号内 u 的下标 ” 1” 换为 “0”, ” 2” 换为 ” 1”; 将 η^m 换为 ” 2”; 将 $(2 - \xi^m)$ 换为 $2(1 + \alpha^m h)$.
- (6) 第65页第13行, 将 ” 仍为” 换为 “为” .
- (7) 第72页倒数第2行, 将 “ λ_α^m ” 换为 “ λ_1^m ”, 并在该行中间插入 “ $\mathbf{l} = (l_x, l_y)$,” .
- (8) 第72页倒数第1行, 将 “ $\alpha_x = \dots$ ” 和 “ $\alpha_y = \dots$ ” 中的 “ l ” 分别换为 “ l_x ” 和 “ l_y ” .
- (9) 第73页第2行, 将公式换为 “ $\lambda_1 = 1 - 4 \left(\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x} + \mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y} \right)$ ” .
- (10) 第73页倒数第7行(公式(2.4.13)), 将公式换为 “ $\lambda_1 = \frac{1-4(1-\theta) \left(\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x} + \mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y} \right)}{1+4\theta \left(\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x} + \mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y} \right)}$ ” .
- (11) 第75页倒数第2行, 将 “ $U_{j,k}^m = \lambda_\alpha^m e^{i(\alpha_x x_j + \alpha_y y_k)}$ ” 换为 “ $U_{j,k}^m = \lambda_1^m e^{i \left(\frac{l_x j \pi}{N_x} + \frac{l_y k \pi}{N_y} \right)}$ ” .
- (12) 第76页第1行, 将公式换为 “ $\lambda_1 = \frac{(1-2\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x})(1-2\mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y})}{(1+2\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x})(1+2\mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y})}$ ” .

- (13) 第80页倒数第2至倒数第1行, 将”我们可以....边界条件” 换为”我们可以用以下公式显式地计算出部分边界上中间变量 U^{m+**} 的节点函数值:”.
- (14) 第81页第1行的公式增加一行下标取值范围: ”及 $j = 0, N_x, 0 \leq k \leq N_y, 0 < l < N_z$.”
- (15) 第81页第2行, 将”同乘以 $(1 - \frac{1}{4}\mu_z^2\delta_z^4)(1 - \frac{1}{2}\mu_y\delta_y^2)$ ” 换为: ”同乘以 $(1 - \frac{1}{2}\mu_y\delta_y^2)$ ”.
- (16) 第81页第4行, 将公式(2.4.33) 中” $(1 - \mu_y\delta_y^2 - \mu_z\delta_z^2) U_{j,k,l}^{m+1}$ ” 换为” $(1 - \mu_y\delta_y^2) U_{j,k,l}^{m+**}$ ”.
- (17) 第81页第6-12行替换为: ”注意, (2.4.32) 中对应于 $k = 0, N_y$ 这部分边界上的节点函数值为方程组(2.4.31b) 提供了所需的边界条件, 而利用对应于 $j = 0, N_x$ 这部分边界上的节点函数值 U^{m+**} 则可以通过(2.4.33) 为方程组(2.4.31a) 提供所需的边界条件.”.
- (18) 第85页第18题最后一行, 将 “仍然是 $O(\tau + h^2)$ ” 换为 “可达到 $O(\tau + h)$ ” .
- (19) 第86页第8行, 将 “1, 10, 100, 1000” 换为 “0.1, 1, 5, 10, 50” .
- (20) 第86页第10行, 将 “ $\frac{1}{2}+$ ” 换为 “ $\frac{1}{2}-$ ” .
- (21) 第86页第11行, 将 “512” 换为 “128” .

第三章.

- (1) 第92页第1行, 将 “ λ_i ” 换为 “ (λ_i, ξ^i) ” .
- (2) 第92页第1行, 将 “不变量. 记” 换为 “不变量, 其中” .
- (3) 第92页第2行, 将 “列向量, η^i ” 换为 “列向量. 又记 η^i ” .
- (4) 第92页第2-3行, 将 “行向量, 它们” 换为 “行向量. 易见 ξ^i, η^i ” .
- (5) 第99页第9行, (3.2.18) 式右端 “ e_j^m ” 换为 “ e_j^{m+1} ” .
- (6) 第113页倒数第3行, 将 “ $\Delta k \ll k_0$ ” 换为 “ $|\Delta k| \ll k_0$ ” .
- (7) 第114页第3行, 将(3.2.58) 式左端的 $e^{i(kx+\omega(k)t)}$ 换为 $\sum_{k:|\delta| \ll 1} a_k e^{i(kx+\omega(k)t)}$, 右端的 $e^{ik(x-C(k_0)t)}$ 换为 $\sum_{k:|\delta| \ll 1} a_k e^{ik(x-C(k_0)t)}$.
- (8) 第114页第5行, 将 “Fourier 波型” 换为 “Fourier 波型的波包” .
- (9) 第114页第6行, 将”都是近似的以相同的速度” 改为 “是近似的以速度” .
- (10) 第117页第9行, 将(3.2.68) 式左端的 “ $V_j^{\pm m}$ ” 之前插入 “ $e^{\mp ikh}$ ” .

- (11) 第118页第3-6行, 将该段文字“由此知对于蛙跳格式来说, 由数值边界条件在边界上产生的误差在向内部传递的过程中基本上不会衰减. 这与蛙跳格式有反向传播的无衰减的Fourier 伪解波型的结论一致. 因此应该尽量避免数值边界条件产生向内传播的伪解波型.”替换为“进一步细致分析可知, 由数值边界条件在边界上产生的误差在向内部传递的过程中有许多频率的伪解波型不会衰减. 又由于蛙跳格式对反向传播的标准Fourier 伪解波型无衰减, 因此应该尽量避免数值边界条件产生向内传播的伪解波型.”。
- (12) 第136页第15行, 在“初始条件为”之前插入“初值问题的”
- (13) 第136页, (3.5.3) 最后加上句号.”
- (14) 第136页第18行, 删除行首的“的初值问题.”
- (15) 第136页第18行, 在行末的“初边值条件为”之前插入“初边值问题的”
- (16) 第136页倒数第5行, (3.5.6) 公式中的“+”号换为“-”号
- (17) 第136页倒数第3行, 删除行首的“的初边值问题.”
- (18) 第136页倒数第3行, 在“其中”之后插入“ $\alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0,$ ”
- (19) 第138页, (3.5.16) 公式中的“+”号换为“-”号
- (20) 第138页, (3.5.17) 公式中的“ $-\alpha_0^m$ ”换为“ $+\alpha_0^m h$ ”, “ $-g_0^m$ ”换为“ $+g_0^m h$ ”
- (21) 第143页倒数第3行, “ $(4-1)$ ”换为“ $(4\theta-1)$ ”.
- (22) 第143页倒数第2行, “ $(4-1)$ ”换为“ $(4\theta-1)$ ”.
- (23) 第147页, 将(3.5.67) 和(3.5.68) 公式中的“ $\widehat{V}$ ”和“ $\widehat{W}$ ”分别换为“ $\widehat{V}_k$ ”和“ $\widehat{W}_k$ ”.

第四章.

- (1) 第169页第5行, 将公式中的“ $+ - \frac{1}{2}$ ”改为“ $-\frac{1}{2}$ ”.
- (2) 第169页倒数第8行, 将公式(4.5.12) 中的“ $(1-\nu)(1-2\nu)$ ”换为“ $(1-\nu^2)$ ”.
- (3) 第172页第8,9,12行, 将“ $(1-\nu)(1-2\nu)$ ”换为“ $(1-\nu^2)$ ”.
- (4) 第173页倒数第6行, 将“ $(U^o)_j^m = (-\hat{\lambda}_k)^m e^{ikjh} = (-1)^{m+j} \lambda_k^m e^{-ik'jh}$ ”改为“ $(-1)^{m+j} (U^o)_j^m = \lambda_k^m e^{ikjh} = (-1)^{m+j} \hat{\lambda}_k^m e^{-ik'jh}$ ”.
- (5) 第173页倒数第3行, 将“ U^s 和 U^o ”改为“ $(U^s)_j^m$ 和 $(-1)^{m+j} (U^o)_j^m$ ”.
- (6) 第176页第2行, 将“常数 $\eta > 0$ ”换为“单调增函数 $\eta(h): \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ ”.
- (7) 第176页第7行, 将“von Neumann”换为“Lax-Richtmyer”.

- (8) 第176页第9行, 将公式(4.6.7) 中所有 (共2个) “ $\|\cdots\|^2$ ” 的上标 2 删除。
- (9) 第176页第11行, 将公式(4.6.8) 中所有 (共2个) “ $\|\cdots\|^2$ ” 的上标 2 删除。
- (10) 第176页第13行, 在 “首先...” 之前插入 “不妨假设 $K \geq 0$.”
- (11) 第176页倒数第7行, 将 “ $K' = 2K$ ” 换为 “ $K' = K$ ” .
- (12) 第176页倒数第3行, 将公式(4.6.11) 第三行中 “ $2\eta K$ ” 换为 “ ηK ” .
- (13) 第176页倒数第1-3行, 将公式(4.6.11) 中所有 (共5个) “ $\|\cdots\|^2$ ” 的上标 2 删除。
- (14) 第176页倒数第1-2行, 将公式(4.6.11) 第二、三行中 (共2个) “ $2K$ ” 换为 “ K ” .
- (15) 第177页第1行, 将 “ $2K$ ” 换为 “ K ”, “ $2\eta K$ ” 换为 “ ηK ” .
- (16) 第177页第6行, 将 “ $2K$ ” 换为 “ K ” .
- (17) 第177页倒数第1行, 将公式中求和上限指标 “ $N - 1$ ” 换为 “ N ” (共三处)。
- (18) 第178页第1-2行, 将公式中求和上限指标 “ $N - 1$ ” 换为 “ N ” (共两处)。
- (19) 第178页第4行, 将公式中求和上限指标 “ $N - 1$ ” 换为 “ N ” (共一处)。
- (20) 第178页第5行, 将公式中 “ $-a_{N-1}(U_{N-1})^2 - \sum_{j=1}^{N-2} (a_j - a_{j+1})(U_j)^2$ ” 换为

$$-\sum_{j=1}^{N-1} (a_{j+1} - a_j)(U_j)^2$$
 .

第五章.

- (1) 第187页第5行, 将 “即 $F : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$ 为压缩映射.” 换为 “同时可证, 当 $\|v\| > (2\alpha - M^2\rho)^{-1}\|f\|$ 时, 有 $\|F(v)\| < \|v\|$.” .
- (2) 第193页第12行, 将(5.2.5)式中 “ $\int_{\partial\Omega} v \partial_\nu u d\mathbf{x}$ ” 换为 “ $\int_{\partial\Omega} v \partial_\nu u ds$ ” .
- (3) 第198页第11行, 在 “使得” 之前插入 “ $v \in \mathbb{L}^2(\Omega)$,” .
- (4) 第198页第13行, 将(5.2.15)式中 “ $\rightarrow u$ ” 换为 “ $\rightarrow v$ ” .
- (5) 第198页第15行, 在 “因此” 之后插入 “ $u = v$ 且” .

第六章.

- (1) 第219页第15行, 将 “如果一族有限元彼此都是” 改为 “如果一族有限元中的每个有限元都是与一个给定的有限元”

- (2) 第221页第12行, 将 λ_1 的上标的黑体 α 改为 α_1 , λ_{n+1} 的上标的黑体 α 改为 α_{n+1} .
- (3) 第226页第4行, 在“不难验证”之前插入“ $\Pi_K \neq \Pi'_K$,”.
- (4) 第226页第5行, 将公式 (6.2.11) 中 $\forall v \in C^\infty(K)$ 换为“ $\forall v \in P_K$ ”.
- (5) 第226页第7-8行, 将“即它们是等价的有限元 (见定义 6.3),”换为“或等价地 $\Pi'_K \Pi_K v = \Pi_K v, \forall v \in C^\infty(K)$,”.
- (6) 第226页第11行, 将“有限元的逼近性质”换为“有限元解的误差”.
- (7) 第230页倒数第10行, 将(6.3.4)中“ D ”换为“ $\mathbb{Q}_h$ ”.
- (8) 第230页倒数第7行, 将“其中 D ”换为“其中 $\mathbb{Q}_h$ ”.

第七章.

- (1) 第259页倒数第8行, 删除“ $\hat{w}$ ”.
- (2) 第260页倒数第6行, 在“有限元”前插入“ $q \geq 2$,”.
- (3) 第260页倒数第4行, 将“则通过引入 $\mathbb{L}^2(\hat{K})$ 内积意义下的正交投影算子 $\hat{\Pi} : \mathbb{L}^2(\hat{K}) \rightarrow \mathbb{P}_1(\hat{K})$, 并对”换为“设 $\hat{\Pi} : \mathbb{L}^2(\hat{K}) \rightarrow \mathbb{P}_1(\hat{K})$ 为 $\mathbb{P}_0(\hat{K})$ 不变的 $\mathbb{L}^2(\hat{K})$ 正交投影算子, 则对”.

部分习题答案和提示.

- (1) 删除第287页习题1的提示 8.
- (2) 第287页习题2的5中, 将“ $C =$ ”换为“ $C(\bar{t}) = \bar{t} \|T\|_{\infty, \Omega_{t_{\max}}} +$ ”; 将“选取形如... 的比较函数”换为“对不同节点选取形如 $C(\bar{t}) - \Phi$ 或 $C(0) - \Psi$ 的不同的比较函数”.
- (3) 第288页习题2的18题第五行之后, 即“记 T_1 和 T_2 ...”换为: 记 $T_1 = K_1(\tau + h^2)$ 和 $T_2 = K_2 h$ 分别为 $j \geq 1$ 和 $j = 0$ 处的截断误差的最大值. 选如下形式的比较函数

$$\Phi_j^m = -At_m - Bx_j(1 - x_j) + C(1 + 2\alpha_M x_j),$$

其中 $\alpha_M = \max_{0 \leq m \leq t_{\max}/\tau} \alpha^m$. 证明对任意选取的常数 A, B 和 C , 有

$$L_{(h, \tau)} \Phi_j^m = \begin{cases} A + 2B, & j \geq 1; \\ A\alpha^{m+1}t^{m+1} - B(1 - h) + C(2\alpha_M - \alpha^{m+1}), & j = 0. \end{cases}$$

证明对于满足 $A + 2B \geq K_1(\tau + h^2)$, $C\alpha_M - B \geq K_2h$, $C - At_{\max} - \frac{1}{4}B \geq 0$ 的比较函数 Φ_j^m 为非负网格函数, 且满足 $L_{(h,\tau)}\Phi_j^{m+1} \geq 0$, $\forall m \geq 0$ 和 $j \geq 0$. 特别地, 可以取 $A = K_1\tau$, $B = \frac{1}{2}K_1h^2$, $C = \max\{\alpha_M^{-1}(K_2h + \frac{1}{2}K_1h^2), K_1t_{\max}\tau + \frac{1}{8}K_1h^2\}$. 由此及最大值原理即可推得结论. 进一步, 利用第5题的技巧, 可以证明存在与 $t_{\max}$ 无关的常数 K 使得 $\max_{m,j} |e_j^m| \leq K(\tau + h)$.

- (4) 第291页习题4的9题第一行” $(\delta_x U_{j+1}^m - \delta_x U_j^m)$ ” 换为” $(U_{j+1}^m - U_j^m)$ ”, 即去掉两个 δ_x .