

《偏微分方程数值解讲义》第一版第一次印刷勘误表

第一章.

- (1) 第16页倒数第12行, 第二式(既“或”之后的公式)分母中的两个h的下标“x”都应该改为“y”。
- (2) 第18页第10行, “零次插值”应该改为“零阶外推”。
- (3) 第18页第13行, “高次插值”应该改为“高阶外推”。
- (4) 第21页第8行, “ $M_\Omega \geq$ ”应该改为“ $M_\Omega >$ ”。
- (5) 第21页第9行, “对任意的”应该改为“存在”, “, 存在内部”应该改为“和”。
- (6) 第26页倒数第9行, “第9题”应该改为“第11题”。
- (7) 第30页倒数第7行, “ $|L_h U_j|$ ”应该改为“ $-|L_h U_j|$ ”, 既加上一个负号。

第二章.

- (1) 第32页倒数第6行, “ ∂w ”换为“ $\partial\omega$ ”(英文字母换为希腊字母)。
- (2) 第39页第11行, 将”式(2.2.21)说明”换为”式(2.2.24)说明”。
- (3) 第39页倒数第4行, 将(2.2.28)中的公式“ $L_{(h,\tau)} = \frac{\delta_x^2}{(\Delta x)^2} - \frac{\Delta_{+t}}{\Delta t}$ ”换为
$$“L_{(h,\tau)} U_j^{m+1} = \left(\frac{\delta_x^2}{(\Delta x)^2} - \frac{\Delta_{+t}}{\Delta t} \right) U_j^m”。$$
- (4) 第41页第行, 将“1/4”换为“1/8”。
- (5) 第63页倒数第1行, 将“仍然是 $O(\tau + h^2)$ ”换为“可达到 $O(\tau + h)$ ”。
- (6) 第64页第1-2行, 将”虽然逼近... 不争的事实。”换为“可见逼近边界条件(2.3.36)使得离散解整体误差关于空间步长的逼近阶降了一阶”。
- (7) 第72页倒数第2行, 将“ λ_α^m ”换为“ λ_1^m ”, 并在该行中间插入“ $\mathbf{l} = (l_x, l_y)$ ”。
- (8) 第72页倒数第1行, 将“ $\alpha_x = \dots$ ”和“ $\alpha_y = \dots$ ”中的“ l ”分别换为“ l_x ”和“ l_y ”。
- (9) 第73页第2行, 将公式换为“ $\lambda_1 = 1 - 4 \left(\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x} + \mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y} \right)$ ”。
- (10) 第73页倒数第7行(公式(2.4.13)), 将公式换为“ $\lambda_1 = \frac{1-4(1-\theta) \left(\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x} + \mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y} \right)}{1+4\theta \left(\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x} + \mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y} \right)}$ ”。
- (11) 第75页倒数第2行, 将“ $U_{j,k}^m = \lambda_\alpha^m e^{i(\alpha_x x_j + \alpha_y y_k)}$ ”换为“ $U_{j,k}^m = \lambda_1^m e^{i \left(\frac{l_x j \pi}{N_x} + \frac{l_y k \pi}{N_y} \right)}$ ”。

- (12) 第76页第1行, 将公式换为 “ $\lambda_1 = \frac{(1-2\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x})(1-2\mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y})}{(1+2\mu_x \sin^2 \frac{l_x \pi}{2N_x})(1+2\mu_y \sin^2 \frac{l_y \pi}{2N_y})}$ ” .
- (13) 第64页第11行, 将”仍是”换为“是” .
- (14) 第65页第3行, 将等式右端第一个方括号内 u 的下标”1”换为“0”, ”2”换为”1”; 将 η^m 换为”2”; 将 $(2-\xi^m)$ 换为 $2(1+\alpha^m h)$.
- (15) 第65页第13行, 将”仍为”换为“为” .
- (16) 第80页倒数第2至倒数第1行, 将”我们可以....边界条件”换为”我们可以用以下公式显式地计算出部分边界上中间变量 U^{m+**} 的节点函数值:”.
- (17) 第81页第1行的公式增加一行下标取值范围: ”及 $j=0, N_x, 0 \leq k \leq N_y, 0 < l < N_z$.”
- (18) 第81页第2行, 将”同乘以 $(1-\frac{1}{4}\mu_z^2 \delta_z^4)(1-\frac{1}{2}\mu_y \delta_y^2)$ ”换为: ”同乘以 $(1-\frac{1}{2}\mu_y \delta_y^2)$ ”.
- (19) 第81页第4行, 将公式(2.4.33)中” $(1-\mu_y \delta_y^2 - \mu_z \delta_z^2) U_{j,k,l}^{m+1}$ ”换为” $(1-\mu_y \delta_y^2) U_{j,k,l}^{m+**}$ ”.
- (20) 第81页第6-12行替换为: ”注意, (2.4.32)中对应于 $k=0, N_y$ 这部分边界上的节点函数值为方程组(2.4.31b)提供了所需的边界条件, 而利用对应于 $j=0, N_x$ 这部分边界上的节点函数值 U^{m+**} 则可以通过(2.4.33)为方程组(2.4.31a)提供所需的边界条件.”.
- (21) 第85页第18题最后一行, 将“仍然是 $O(\tau+h^2)$ ”换为“可达到 $O(\tau+h)$ ” .
- (22) 第86页第10行, 将 “ $\frac{1}{2}+$ ”换为 “ $\frac{1}{2}-$ ” .

第三章.

- (1) 第88页第6行, “ $\sum_{i=1}^n b_i v_i$ ”换为 “ $\sum_{i=0}^n b_i v_i$ ” .
- (2) 第90页第6行, ”通过 x_l 流出”换为”通过 x_l 流入” .
- (3) 第98页倒数第5行, 在句首加上“设 a 为常数, ” .
- (4) 第99页第9行, (3.2.18)式右端 “ e_j^m ”换为 “ e_j^{m+1} ”
- (5) 第100页第11行, ”我们知道非线性对流方程的解”换为”我们知道解 $u(x, t)$ ” .
- (6) 第102页倒数第1行, 将 “ w_l^2 ”和 “ w_r^2 ”分别换为 “ $w_l^{3/2}$ ”和 “ $w_r^{3/2}$ ” .
- (7) 第115页第1行, 删除 “{1-”和 “}” , 并将 “ $\cos kh$ ”换为 “ $(2(2-\nu) \sin^2 \frac{1}{2} kh + \cos kh)$ ” .
- (8) 第117页第9行, 将(3.2.68)式左端的 “ $V_j^{\pm m}$ ”之前插入 “ $e^{\mp i k h}$ ” .
- (9) 第117页倒数第4行, 公式(3.2.69)右端改为 “ $\frac{(1-\lambda_k^2) \pm \sqrt{(1-\lambda_k^2)^2 + 4\nu^2 \lambda_k^2}}{2\nu \lambda_k}$ ” .
- (10) 第117页倒数第3行, “ $\tau = \nu h$ ”换为 “ $a\tau = \nu h$ ” .

- (11) 第118页第3-6行, 将该段文字“由此知对于蛙跳格式来说, 由数值边界条件在边界上产生的误差在向内部传递的过程中基本上不会衰减. 这与蛙跳格式有反向传播的无衰减的Fourier 伪解波型的结论一致. 因此应该尽量避免数值边界条件产生向内传播的伪解波型.” 替换为“进一步细致分析可知, 由数值边界条件在边界上产生的误差在向内部传递的过程中有许多频率的伪解波型不会衰减. 又由于蛙跳格式对反向传播的标准Fourier 伪解波型无衰减, 因此应该尽量避免数值边界条件产生向内传播的伪解波型.”。
- (12) 第118页倒数第9行至倒数第6行, “出流边界上采用零阶外推的数值边界条件可以使得向内传播的伪解波型中不含网格尺度的振荡, 而其它尺度的伪解波型则应通过选取适当的初始两层的数值初始条件来避免” 改为“出流边界上采用零阶外推的数值边界条件常常有助于控制向内传播的伪解波型中网格尺度的振荡, 一般地说, 要有效地控制伪解波型还必须选取适当的初始两层的数值初始条件.”
- (13) 第119页倒数第8行, “(3.3.3)” 换为“(3.3.2)”。
- (14) 第123页倒数第2行, ”第3题” 换为”第10题”。
- (15) 第126页倒数第4行, 在该段末尾加上“为叙述简单起见, 我们假设 $a \geq 0$ 。 $a < 0$ 时的结论是类似的。”
- (16) 第127页第9行, ” $\nu \leq$ ” 换为” $|\nu| \leq$ ”。
- (17) 第127页第9行, ” $\nu \leq$ ” 换为” $|\nu| \leq$ ”。
- (18) 第127页第12行, ” $\frac{2c}{a}$ ” 换为” $\frac{2c}{|a|}$ ”。
- (19) 第127页第13行, 两处” $\frac{ah}{c}$ ” 换为” $\frac{|a|h}{c}$ ”。
- (20) 19. 第128页倒数第8行, “容易验证, 当” 改为: “容易验证, 在 $\mu \leq 1/2$ 的条件下, 当”。
- (21) 第128页倒数第9, 8, 6三行中, ” $\frac{ah}{c}$ ” 换为” $\frac{|a|h}{c}$ ”。
- (22) 第129页倒数第8行, ” $\frac{2c+a^2\tau}{a}$ ” 换为” $\frac{2c+a^2\tau}{|a|}$ ”。
- (23) 第132页第8行, ” $\frac{2c}{a}$ ” 换为” $\frac{2c}{|a|}$ ”。
- (24) 第132页第9, 11行, 两处” $\frac{ah}{c}$ ” 换为” $\frac{|a|h}{c}$ ”。
- (25) 第136页第15行, 在“初值条件为”之前插入“初值问题的”
- (26) 第136页, (3.5.3) 最后加上句号”。”
- (27) 第136页第18行, 删除行首的“的初值问题.”
- (28) 第136页第18行, 在行末的“初边值条件为”之前插入“初边值问题的”
- (29) 第136页倒数第5行, (3.5.6) 公式中的”+” 号换为”-”号

- (30) 第136页倒数第3行, 删除行首的“的初边值问题。”
- (31) 第136页倒数第3行, 在“其中”之后插入“ $\alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0,$ ”
- (32) 第138页, (3.5.16) 公式中的“+”号换为“-”号
- (33) 第138页, (3.5.17) 公式中的“ $-\alpha_0^m$ ”换为“ $+\alpha_0^m h$ ”, “ $-g_0^m$ ”换为“ $+g_0^m h$ ”
- (34) 第140页第2行, 在“则”之后插入“当 $kh = \pi$ 时”。
- (35) 第140页第3行, 将“因此除了 $\sin kh = 0$ 的特殊情况外, 这时”改为“因此当 k 满足 $(1 - 4\theta)\nu^2 \sin \frac{1}{2}kh \geq 1$ 时, ”。
- (36) 第140页第5行, 将“是一对”改为“总是一对”。
- (37) 第142页第1, 2行, 三处“ θ ”换为“ θh^{-2} ”。
- (38) 第142页第4, 5行, 两处方括号“[”前加上“ h^{-2} ”。
- (39) 第142页倒数第7行, 式子正中间的减号“-”应该换为加号“+”。
- (40) 第143页倒数第3行, 第三项前加“(4-1)”。
- (41) 第143页倒数第2行, “ K_2 ”之后加上“(4-1)[”。
- (42) 第143页倒数第1行, 逗号“,”之前加上右方括号“]”。
- (43) 第144页第1至4行, “注意到……如果我们取能量范数为 $\|\cdot\|_E^2$ ”换为“如果我们取能量范数为

$$\|U^m\|_{E(\theta)}^2 = \left\| \frac{\Delta-t}{\tau} U^m \right\|_2^2 + \left\| \frac{\Delta+x}{h} (U^m + U^{m-1}) \right\|_2^2 + [4\theta - 1]^+ \left\| \frac{\Delta+x}{h} (U^m - U^{m-1}) \right\|_2^2,$$

其中 $[\alpha]^+ = \max\{0, \alpha\},$ ”

- (44) 第144页第6行, (3.5.50) 式中将“ E ”换为“ $E(\theta)$ ” (共两个)。
- (45) 第144页第7行, 将下标“ E ”换为“ $E(\theta)$ ”。
- (46) 第144页第9行, 将下标“ E ”换为“ $E(\theta)$ ”。
- (47) 第147页倒数第9行, 将(3.5.67) 式中左端删除“ e^{ikjh} ”; 将右端“ \widehat{V} ”和“ \widehat{W} ”分别换为“ \widehat{V}_k ”和“ \widehat{W}_k ”。
- (48) 第147页倒数第7行, 将 (3.5.68) 式中矩阵第二行第一列元素“ $2i\nu \sin \frac{1}{2}kh$ ”换为“ $2i\lambda_k \nu \sin \frac{1}{2}kh$ ”, 既乘以一个 λ_k ; 将向量中的“ \widehat{V} ”和“ \widehat{W} ”分别换为“ \widehat{V}_k ”和“ \widehat{W}_k ”。
- (49) 第149页第6行, 等式右端第二个括号内第一个“ W ”的上标“+1”应该换为“ $m+1$ ”。
- (50) 第154页倒数第2行, 在“初值问题”后插入”(见例3.4)”。

(51) 第154页倒数第1行, 将“ $x > 0$ ”换为“ $x \geq 0$ ”。

第四章.

(1) 第156页式 (4.1.1a), 在 “ $L(u(x, t))$ ”之后插入 “ $+f(x, t)$ ”。

(2) 第157页第8行, “(4.1.3)”换为“(4.1.2)”。

(3) 第157页第8行, “表示了相应的微分方程”换为“逼近了相应的微分算子”。

(4) 第163页倒数第8行, 公式中在 i 之后插入 π (分子和分母上各有一处)。

(5) 第166页倒数第13行, 将“ ν ”换为“ $|\nu|$ ”。

(6) 第166页倒数第12行, 将“ $\frac{ah}{c}$ ”换为“ $\frac{|a|h}{c}$ ”。

(7) 第167页第7行, 将“ ν ”换为“ $|\nu|$ ”。

(8) 第167页第12-13行, 将“寻找……所满足的微分方程”改为“寻找其光滑解 \tilde{U} 与所给差分格式的解 $\{U_j^m\}$ 有相同网格节点值的微分方程”。

(9) 第169页第5行, 将公式中的 “ $+\frac{1}{2}$ ”改为 “ $-\frac{1}{2}$ ”。

(10) 第169页倒数第8行, 将公式(4.5.12) 中的 “ $(1-\nu)(1-2\nu)$ ” 换为 “ $(1-\nu^2)$ ”。

(11) 第172页第8,9,12行, 将 “ $(1-\nu)(1-2\nu)$ ” 换为 “ $(1-\nu^2)$ ”。

(12) 第176页第2行, 将“常数 $\eta > 0$ ”换为“单调增函数 $\eta(h) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ ”。

(13) 第176页第7行, 将“von Neumann”换为“Lax-Richtmyer”。

(14) 第176页第9行, 将公式(4.6.7) 中所有 (共2个) “ $\|\dots\|^2$ ”的上标 2 删除。

(15) 第176页第11行, 将公式(4.6.8) 中所有 (共2个) “ $\|\dots\|^2$ ”的上标 2 删除。

(16) 第176页第13行, 在 “首先...”之前插入 “不妨假设 $K \geq 0$ 。”

(17) 第176页倒数第7行, 将“ $K' = 2K$ ”换为“ $K' = K$ ”。

(18) 第176页倒数第3行, 将公式(4.6.11) 第三行中“ $2\eta K$ ”换为“ ηK ”。

(19) 第176页倒数第1-3行, 将公式(4.6.11) 中所有 (共5个) “ $\|\dots\|^2$ ”的上标 2 删除。

(20) 第176页倒数第1-2行, 将公式(4.6.11) 第二、三行中 (共2个) “ $2K$ ”换为“ K ”。

(21) 第177页第1行, 将 “ $2K$ ”换为“ K ”, “ $2\eta K$ ”换为“ ηK ”。

(22) 第177页第6行, 将 “ $2K$ ”换为“ K ”。

(23) 第177页倒数第1行, 将公式中求和上限指标 “ $N-1$ ”换为“ N ” (共三处)。

(24) 第178页第1-2行, 将公式中求和上限指标 “ $N-1$ ”换为“ N ” (共两处)。

(25) 第178页第4行, 将公式中求和上限指标 “ $N - 1$ ” 换为 “ N ” (共一处)。

(26) 第178页第5行, 将公式中 “ $-a_{N-1}(U_{N-1})^2 - \sum_{j=1}^{N-2} (a_j - a_{j+1})(U_j)^2$ ” 换为
“ $\sum_{j=1}^{N-1} (a_{j+1} - a_j)(U_j)^2$ ”。

(27) 第178页第6行, “情形类” 应该改为 “情形类似”。

(28) 第179页第16行, “ $\sin kn$ ” 应该改为 “ $\sin kh$ ”。

第五章.

(1) 第187页第1行, 将 “ $\|A(v)\|_*$ ” 换为 “ $\|A(v)\|_{\mathbb{V}^*}$ ”。

(2) 第187页第5行, 将 “即 $F : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$ 为压缩映射。” 换为 “同时可证, 当 $\|v\| > (2\alpha - M^2\rho)^{-1}\|f\|$ 时, 有 $\|F(v)\| < \|v\|$ 。”。

(3) 第191页第6行, 式子中每一个 “ u ” 的范数都应该改为相应范数的 “ p ” 次方 (共5处)。既, “ $|u|_{1,p,\Omega}$ ” 应该改为 “ $|u|_{1,p,\Omega}^p$ ” (共3处), “ $\|u\|_{0,p,\Omega}$ ” 应该改为 “ $\|u\|_{0,p,\Omega}^p$ ”, “ $\|u\|_{1,p,\Omega}$ ” 应该改为 “ $\|u\|_{1,p,\Omega}^p$ ”。

(4) 第193页第12行, 将(5.2.5)式中 “ $\int_{\partial\Omega} v \partial_\nu u dx$ ” 换为 “ $\int_{\partial\Omega} v \partial_\nu u ds$ ”。

(5) 第196页第2行和第198页倒数第3行, “Lax-milgram” 改为 “Lax-Milgram” (共2处小写m换为大写M)。

(6) 第198页第11行, 在 “使得” 之前插入 “ $v \in L^2(\Omega)$,”。

(7) 第198页第13行, 将(5.2.15)式中 “ $\rightarrow u$ ” 换为 “ $\rightarrow v$ ”。

(8) 第198页第15行, 在 “因此” 之后插入 “ $u = v$ 且”。

(9) 第199页第8行, “定理5.12给出的充分光滑的弱解是Poisson 方程Neumann 边值问题 (5.2.9) 的古典解” 换为 “定理5.12给出的解是Poisson 方程Neumann 边值问题 (5.2.9) 的弱解 (见定义5.7), 且充分光滑的弱解是古典解”。

(10) 第201页(5.3.5) 式, “ $\partial\Omega$ ” 应该改为 “ Ω ”。

(11) 6. 第204页倒数第5行, “ $|u|_{0,2,\partial\Omega_0}$ ” 应该改为 “ $\|u\|_{0,2,\partial\Omega_0}$ ”。

第六章.

(1) 第218页第9行, 将 “其定义” 换为 “其分析性质”。

(2) 第219页倒数第8行, 将 “三角形分” 换为 “三角形剖分”。

(3) 第219页第15行, 将 “如果一族有限元彼此都是” 改为 “如果一族有限元中的每个有限元都是与一个给定的有限元”。

- (4) 第221页第12行, 将 λ_1 的上标的黑体 α 改为 α_1 , λ_{n+1} 的上标的黑体 α 改为 α_{n+1} .
- (5) 第223页倒数第6行, 在“自由度集”之后插入“ $\{\mathbf{x}_i : 1 \leq i \leq N\}$ ” (注意这里 x 用的是黑体)。
- (6) 第223页倒数第5行, 将“ x_i ”的“ x ”换为黑体。
- (7) 第223页倒数第1行, 将“ x_i ”的“ x ”换为黑体。
- (8) 第226页第4行, 在“不难验证”之前插入“ $\Pi_K \neq \Pi'_K,$ ”。
- (9) 第226页第5行, 将公式 (6.2.11) 中 $\forall v \in C^\infty(K)$ 换为“ $\forall v \in P_K$ ”。
- (10) 第226页第7-8行, 将“即它们是等价的有限元 (见定义 6.3),”换为“或等价地 $\Pi'_K \Pi_K v = \Pi_K v, \forall v \in C^\infty(K),$ ”。
- (11) 第226页第11行, 将“有限元的逼近性质”换为“有限元解的误差”。
- (12) 第229页第10行, 将“ \mathbf{q} ”换为“ \mathbf{p} ” (注意这里 q, p 用的都是黑体)。
- (13) 第230页倒数第10行, 将(6.3.4)中“ D ”换为“ \mathbb{Q}_h ”。
- (14) 第230页倒数第7行, 将“其中 D ”换为“其中 \mathbb{Q}_h ”。

第七章.

- (1) 第236页倒数第12行, 将“ $\mathbb{P}_1([b, b+h])$ ”换为“ $\mathbb{P}_1(\bar{\Omega})$ ”。
- (2) 第236页倒数第12行, 将“ $\Pi v(0) = v(0)$ ”换为“ $\Pi v(b) = v(b)$ ”。
- (3) 第236页倒数第12行, 将“ $\Pi v(1) = v(1)$ ”换为“ $\Pi v(b+h) = v(b+h)$ ”。
- (4) 第236页倒数第10行, 将“ u ”换为“ \hat{u} ”。
- (5) 第237页第1行, 将两个“ Ω ”换为“ $\hat{\Omega}$ ”。
- (6) 第240页第7行, 在“ ϑ ”之前加“ $|$ ”。
- (7) 第245页第6、7行, 将两处的“等参等价”换为“仿射等价”。
- (8) 第260页第3行, 将“ $a_{i,j}$ ”换为“ a_{ij} ”。
- (9) 第260页第8行, 将第一个不等号的右端乘以2倍, 既将“原右端项”换为“2 (原右端项)”。
- (10) 第260页倒数第6行, 在“有限元”前插入“ $q \geq 2,$ ”。
- (11) 第260页倒数第4行, 将“则通过引入 $\mathbb{L}^2(\hat{K})$ 内积意义下的正交投影算子 $\hat{\Pi} : \mathbb{L}^2(\hat{K}) \rightarrow \mathbb{P}_1(\hat{K})$, 并对”换为“设 $\hat{\Pi} : \mathbb{L}^2(\hat{K}) \rightarrow \mathbb{P}_1(\hat{K})$ 为 $\mathbb{P}_0(\hat{K})$ 不变的 $\mathbb{L}^2(\hat{K})$ 正交投影算子, 则对”。

(12) 第262页倒数第9, 10行, 将“三角形”换为“ n -单纯形”。

(13) 第262页倒数第9行, 将“分段”换为“分片”。

(14) 第262页倒数第6行, 将“三角形”换为“ n -单纯形”。

第八章.

(1) 第266页数第7行, 将“ ∇zw ”换为“ ∇w ”。

(2) 第277页第12行, 将“有限元法”换为“有限元方法”。

(3) 第281页倒数第3行, 将“0”换为“1”。

(4) 第282页倒数第3行, 在“双线性”之前插入“一致椭圆”。

部分习题答案和提示.

(1) 第286页习题1的10中, “ $\pm U - V$ ”换为“ $U \pm V$ ”。

(2) 第287页习题2的5中, 将“ $C =$ ”换为“ $C(\bar{t}) = \bar{t} \|T\|_{\infty, \Omega_{t_{\max}}} +$ ”; 将“选取形如... 的比较函数”换为“对不同节点选取形如 $C(\bar{t}) - \Phi$ 或 $C(0) - \Psi$ 的不同的比较函数”。

(3) 第288页习题2的18题第五行之后, 即“记 T_1 和 T_2 ...”换为: 记 $T_1 = K_1(\tau + h^2)$ 和 $T_2 = K_2h$ 分别为 $j \geq 1$ 和 $j = 0$ 处的截断误差的最大值. 选如下形式的比较函数

$$\Phi_j^m = -At_m - Bx_j(1 - x_j) + C(1 + 2\alpha_M x_j),$$

其中 $\alpha_M = \max_{0 \leq m \leq t_{\max}/\tau} \alpha^m$. 证明对任意选取的常数 A, B 和 C , 有

$$L_{(h, \tau)} \Phi_j^m = \begin{cases} A + 2B, & j \geq 1; \\ A\alpha^{m+1}t^{m+1} - B(1 - h) + C(2\alpha_M - \alpha^{m+1}), & j = 0. \end{cases}$$

证明对于满足 $A + 2B \geq K_1(\tau + h^2)$, $C\alpha_M - B \geq K_2h$, $C - At_{\max} - \frac{1}{4}B \geq 0$ 的比较函数 Φ_j^m 为非负网格函数, 且满足 $L_{(h, \tau)} \Phi_j^{m+1} \geq 0$, $\forall m \geq 0$ 和 $j \geq 0$. 特别地, 可以取 $A = K_1\tau$, $B = \frac{1}{2}K_1h^2$, $C = \max\{\alpha_M^{-1}(K_2h + \frac{1}{2}K_1h^2), K_1t_{\max}\tau + \frac{1}{8}K_1h^2\}$. 由此及最大值原理即可推得结论. 进一步, 利用第5题的技巧, 可以证明存在与 t_{\max} 无关的常数 K 使得 $\max_{m, j} |e_j^m| \leq K(\tau + h)$.

(4) 第290页习题4的1中, 在“相容性...”一段话前插入“利用二次代数方程的根落在单位圆盘上时其系数满足的充分必要条件 (参见【25】) 分析 L^2 稳定性的条件”。

(5) 第290页习题4的4中, 在 λ_k 的表达式中在第一对括号前插入“ $\sin^2 \frac{1}{2}kh$ ”, 将第二对括号中的加号换为减号。

(6) 第290页习题4的4中, 在“由于方程...”一段话之前插入“证明当 $\mu > \frac{1}{2}$ 时, 格式不稳定; 当 $\mu \leq \frac{1}{2}$ 时, $\nu^2 = O(\tau)$, $Re(\lambda_k)$ 的最大值不超过 $1 + O(\tau)$, 进而 $|\lambda_k|$ 的最大值不超过 $1 + O(\tau)$ ”。

- (7) 第291页习题4的9题第一行” $(\delta_x U_{j+1}^m - \delta_x U_j^m)$ ” 换为” $(U_{j+1}^m - U_j^m)$ ”, 即去掉两个 δ_x .
- (8) 第292页第14行, ”(5.2.16)” 换为”(5.2.17)”。
- (9) 第295页倒数第12行, 将” $\|u\|_{0,2,K}^2$ ” 换为” $\|u\|_{0,1,K}$ ”, 即将 u 在 K 上的2模的平方换为1模。
- (10) 第295页倒数第9行, 将” $\left(\sum_{j=0}^{k-1} |\hat{f}|_{k-j,\infty,\hat{K}} |\hat{v}|_{j,\hat{K}} \right)$ ” 换为 ” $|\hat{f}|_{k,\infty,\hat{K}} \|\hat{v}\|_{1,\hat{K}}$ ”, 并在后面插入 ” $\forall \hat{v} \in \mathbb{P}_k(\hat{K})$ ”。