数理逻辑习题

北京大学 信息与计算科学系

7 一阶逻辑 II

7.1

以下公式是否逻辑有效，试证之：

$$\exists x_1 \forall x_2 A_1^2(x_1, x_2) \to \forall x_2 \exists x_1 A_1^2(x_1, x_2)$$

$$\forall x_1 \exists x_2 A_1^2(x_1, x_2) \to \exists x_2 \forall x_1 A_1^2(x_1, x_2)$$

7.2

给出一个逻辑有效的开式的例子。

7.3

证明：若 t 是在公式 $\mathscr{A}(x_i)$ 中对 x_i 自由的项，则公式 $\mathscr{A}(t) \to \exists x_i \mathscr{A}(x_i)$ 是逻辑有效的。

7.4

给出以下公式的斯科伦式（要求写出推导过程）：

$$(\forall x_1)(\exists x_2)(\forall x_3)(\exists x_4)((\sim A_1^2(x_1, x_2) \vee A_2^1(x_1)) \to A_2^2(x_3, x_4))$$