数理逻辑习题

北京大学 信息与计算科学系

2 命题逻辑 II

2.1

给出与下列命题形式逻辑等价的合取范式和析取范式:

(a) $p \leftrightarrow q$

(b) $\sim((p \rightarrow \sim q) \rightarrow r)$

2.2

(a) 给出与 $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim r \wedge s)$ 等值的只出现连接符 $\sim$ 和 $\vee$ 的命题形式。

(b) 给出与 $(p \leftrightarrow (\sim q)) \leftrightarrow r$ 等值的只出现连接符 $\sim$ 和 $\wedge$ 的命题形式。

(c) 给出与 $((p \wedge q) \vee (r \wedge s))$ 等值的只出现连接符 $\sim$ 和 $\rightarrow$ 的命题形式。

2.3

证明 $\{\sim, \leftrightarrow\}$ 不是连接符的完备集。

2.4

对下列每个命题，写出适当的推理形式并判断其是否有效:

(a) 若函数 f 不是连续的，则函数 g 是不可微的；g 是可微的，故 f 是连续的。

(b) 若 U 是 V 的子空间，则 U 是 V 的子集，U 包含零向量且 U 是闭的；U 是 V 的子集，且若 U 是闭的，则 U 包含零向量。故若 U 是闭的，则 U 是 V 的子空间。

2.5

假设 $\mathscr{A}_1, \mathscr{A}_2, \ldots, \mathscr{A}_n; \therefore \mathscr{A}$ 是一个有效的推理形式。证明 $\mathscr{A}_1, \mathscr{A}_2, \ldots, \mathscr{A}_{n\text{-}1}; \therefore (\mathscr{A}_n \to \mathscr{A})$ 也是一个有效的推理形式。