数理逻辑习题

北京大学 信息与计算科学系

作业说明：

- 配合讲义，每周上课前交上次课作业给助教，
- 每次作业按每题/小题平均算分，
- 不准补交（补交不算分），
- （鼓励）用 LaTeX 交 pdf 文件，
- 本科生比研究生作业成绩占比高 10%。

1 命题逻辑 I

1.1

把下列复合命题形式化：

(a) 若需求保持不变且价格增加，则营业额一定下降了。

(b) 若 y 是一个整数，则 z 不是实数，已知 x 是一个有理数。

1.2

如果我们采用 "$\mathscr{A} \vee \mathscr{B}$" 表示 "$\mathscr{A}$ 或 $\mathscr{B}$ 但不同时两者"（$\mathscr{A}$ or $\mathscr{B}$ but not both），则 "$\mathscr{A}$ 或 $\mathscr{B}$ 可同时两者"（$\mathscr{A}$ or $\mathscr{B}$ or both）如何表示？

1.3

(a) 给出命题形式 $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$ 的真值表。

(b) 证明命题形式 $((\sim p) \to (q \vee r))$ 与 $((\sim q) \to ((\sim r) \to p))$ 有相同的真值函数。

1.4

下列命题形式中哪些是重言式？

(a) $((q \vee r) \to ((\sim r) \to q))$

(b) $((p \to (q \to r)) \to ((p \wedge (\sim q)) \vee r))$

1.5

证明下列命题形式对是重言等价的：

(a) $(p \to q)$, $(\sim p \vee q)$

(b) $((p \vee q) \wedge r)$, $((p \wedge r) \vee (q \wedge r))$

1.6

(a) 证明命题形式 $(((\sim p) \to q) \to (p \to (\sim q)))$ 不是重言式。

(b) 找出命题形式 $\mathscr{A}$ 和 $\mathscr{B}$ 使得 $(((\sim \mathscr{A}) \to \mathscr{B}) \to (\mathscr{A} \to (\sim \mathscr{B})))$ 是一个矛盾式。

1.7

(a) 给出 Russell（集合）悖论，并论证之。

(b) “我明天这个时候说的这句话是假的”，这个句子是悖论吗？