

数理逻辑习题

北京大学 信息与计算科学系

作业说明：

- 配合讲义，每周上课前交上次课作业给助教，
- 每次作业按每题/小题平均算分，
- 不准补交（补交不算分），
- （鼓励）用 LaTeX 交 pdf 文件，
- 本科生比研究生作业成绩占比高 10%，

1 命题逻辑 I

1.1

把下列复合命题形式化：

- (a) 若需求保持不变且价格增加，则营业额一定下降了。
- (b) 若 y 是一个整数，则 z 不是实数，已知 x 是一个有理数。

1.2

如果我们采用 “ $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$ ” 表示 “ \mathcal{A} 或 \mathcal{B} 但不同时两者” (\mathcal{A} or \mathcal{B} but not both), 则 “ \mathcal{A} 或 \mathcal{B} 可同时两者” (\mathcal{A} or \mathcal{B} or both) 如何表示？

1.3

- (a) 给出命题形式 $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ 的真值表。
- (b) 证明命题形式 $((\sim p) \rightarrow (q \vee r))$ 与 $((\sim q) \rightarrow ((\sim r) \rightarrow p))$ 有相同的真值函数。

1.4

下列命题形式中哪些是重言式？

(a) $((q \vee r) \rightarrow ((\sim r) \rightarrow q))$

(b) $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge (\sim q)) \vee r))$

1.5

证明下列命题形式对是重言等价的：

(a) $(p \rightarrow q), (\sim p \vee q)$

(b) $((p \vee q) \wedge r), ((p \wedge r) \vee (q \wedge r))$

1.6

(a) 证明命题形式 $((\sim p) \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (\sim q))$ 不是重言式。

(b) 找出命题形式 \mathcal{A} 和 \mathcal{B} 使得 $((\sim \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{B}) \rightarrow (\mathcal{A} \rightarrow (\sim \mathcal{B}))$ 是一个矛盾式。

1.7

(a) 给出 Russell (集合) 悖论, 并论证之。

(b) “我明天这个时候说的这句话是假的”, 这个句子是悖论吗？