

《概率论》期中考试试卷

2001年4月11日，每题10分

1. 一部五册的文集，按任意次序放到书架上去，试求下列概率：(1) 第一册出现在旁边；(2) 第一册和第五册出现在旁边；(3) 第一册或第五册出现在旁边；(4) 第一册和第五册都不出现在旁边；(5) 第三册正好出现在中间。

2. 某城市下雨的日子占一半，天气预报的准确性为90%。某人每天上班很为下雨烦恼，于是预报下雨他就拿伞，即使预报无雨，他也有一半的时候拿伞。求(1) 他没有拿伞而遇雨的概率；(2) 他拿伞而没有下雨的概率。

3. 设男女两性人口之比为51:49，又设男性的色盲率为2%，女性的色盲率为0.25%。现在随机地抽到一个人是色盲，问该人为男性的可能性为多大？

4. 从(0, 1)中随机地取两个数，求下列概率：(1) 两数之和小于1.2，(2) 两数之积小于1/4，(3) 以上两个要求同时满足。

5. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = A + B \arctan x$, $-\infty < x < \infty$ 。试求(a) 系数 A, B ；(b) X 落在区间 $(-1, 1)$ 的概率；(c) X 的密度函数。

6. 设随机向量 (X, Y) 的联合分布为 $P(X = 1, Y = 1) = \frac{2}{27}$; $P(X = 1, Y = 4) = \frac{1}{27}$; $P(X = 2, Y = 1) = P(X = 2, Y = 2) = P(X = 2, Y = 3) = P(X = 3, Y = 2) = \frac{6}{27}$ 。(1) 求 X, Y 的边缘分布；(2) 判断 X 与 Y 是否独立；(3) 求在 $X = 1$ 时 Y 的条件分布以及在 $Y = 0$ 时 X 的条件分布；(4) 求 $P(X = 3|Y = 2)$ 及 $P(Y = 2|X = 3)$ 。

7. 对二元正态密度函数

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}(2x^2 + y^2 + 2xy - 22x - 14y + 65)\right\},$$

试求(1) 参数 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho$ ；(2) 边缘密度函数 $p_X(x)$ ；(3) 条件密度函数 $p_{X|Y}(x|y)$ 。

8. 通过某交叉路口的汽车流可看作普阿松过程，若在一分钟内没有车的概率为0.2，求在2分钟内有多于一辆车的概率。

9. 假设 ξ 与 η 独立，且分别服从 Γ -分布 $\Gamma(\lambda, r_1)$ 和 $\Gamma(\lambda, r_2)$ 。证明 $\xi + \eta$ 与 ξ/η 也独立。

10. 通过构造适当的概率模型证明：(a) $\sum_{k=0}^{a-r} C_a^{k+r} C_b^k = C_{a+b}^{a-r}$ ；

(b) 从正整数中随机地选取两数，此两数互素的概率等于 $6/\pi^2$ 。