北京大学数学科学学院期末试题解答及评分标准

2003-2004 学年第 2 学期

1. 解：**第** t **次还款中的利息部分为** $p(1-V^{30-t+1})$ (2’)

本金部分为 pV^{30-t+1} (2’)

$$\therefore p(1-V^{31-t})=\frac{pV^{30-t+1}}{3} \quad (2')\Rightarrow V^{31-t}=\frac{3}{4};\quad i=50\%$$

$$\therefore t=\frac{\ln(\frac{3}{4})}{\ln(1.05)}+31=25.10 \quad (1')$$

$\therefore$ **第** 25 **次还款中利息部分最接近还款额的** $\frac{1}{3}$

2. 解：**第五次还款之后的未结贷款余额为** $1000a_{\overline{10}|.05}$ **(2’)**

$$1000a_{\overline{10}|.05}=800a_{\overline{10}|}+Kn\left(Ia\right)_{\overline{9}|} \quad (3')$$

$$\Rightarrow K=\frac{1000a_{\overline{10}|}-800a_{\overline{10}|}}{n\left(Ia\right)_{\overline{9}|}}=48.79135 \quad (2')$$

3. **解**：**每年存入偿债基金的数额为** $\frac{100{,}000}{S_{\overline{20}|0.07}}=2439.3$ (2’)

$\therefore$ **第** 5 **次存入之后基金余额为** $2439.3S_{\overline{5}|0.07}=14027.7$ (2’)

调整存款满足 $14027.7\left(1.08\right)^{15}+xS_{\overline{15}|0.08}=100{,}000$ (2’)

$$\Rightarrow x=2044.1 \quad (1’)$$

4. **解**：

$$\left.\begin{array}{l} p=1000+(60-50)a_{\overline{n}|0.05} \\ 50+p=1000+(60-50)a_{\overline{2n}|0.05} \end{array}\right\} \quad (3’)$$

$$\Rightarrow 50+\ p=10(a_{\overline{2n}|0.05})$$

$$\Rightarrow V^{2n}-V^{n}+0.25=0$$

$$\Rightarrow (V^{n}-0.5)^{2}=0 \quad (2’)$$

$$\Rightarrow V^{n}=0.5$$

$$\Rightarrow a_{\overline{n}|}=10\Rightarrow p=1000+10a_{\overline{n}|}=1100 \quad (2')$$

11. 解：**设每年偿还** p **元**

则 $p(1-V^8)=135$； $p(1-V^{14})=108$

$$\Rightarrow \frac{1-V^8}{1-V^{14}}=1+V^{14}=\frac{135}{108}$$

$$\Rightarrow V^{14}=0.25\Rightarrow V^7=0.5;\quad p=\frac{108}{1-V^{14}}=\frac{108}{0.75}=144$$

$\therefore$ **第次还款中利息部分为** $p(1-V^7)=144\times 0.5=72$

5．解： $P=1100n^n+45a_{\overline{n}|04}$ **(2’)**

$1100V^n=190\Rightarrow V^n=\frac{19}{110}$ **(2’)**

$\Rightarrow a_{\overline{n}|}=\frac{1-V^n}{i}=\frac{1-\frac{19}{110}}{0.04}=\frac{910}{44}$ **(2’)**

$\therefore p=190+45\times\frac{910}{44}=1120.68$ (1’)

$Fr=1000\times 0.08=80$

6. **解**： $\therefore 1082.27=BV_5=BV_4(1+i)-80$ (3’)

$$=\left[BV_3(1+i)-80\right](1+i)-80$$

$$=1099.84(1+i)^2-80(1+i)-80$$

$\Rightarrow n=12$ (2’)

$\therefore p=80a_{\overline{12}|0.065}+1000(1.065)^{-12}$ (2’)

$=1122.38$

7. **解**： $B_3=50a_{\overline{14}|04}+1000n^{14}=1105.6$ (2’)

k=1/4

理论方法：

$B^f_{3+\frac{1}{4}}=B_3(1+0.04)^{\frac{1}{4}\times 2}=1127.5$ (2’)

实用方法：

$B^f_{3+\frac{1}{4}}=B_3\left(1+\frac{1}{2}\times 0.04\right)=1127.712$ (2’)

$\therefore \Delta = 0.21$ (1’)

8. **解**：$L = 0.8x$ $R = \dfrac{L}{a_{\overline{120}|j'}} = \dfrac{0.8x}{a_{\overline{120}|005}}$ (2’)

$L^* = L - Q = 0.8x - 3000$

$K = nR - L^* = 120\dfrac{0.8x}{a_{\overline{120}|005}} - 3000$ (2’)

由题意知，用常数比率法计算的 APR **为** 6.9%**，即**

$\dfrac{2mK}{L(n+1)} = 6.9\%$ (2’)

解得 x＝24 **万** (1’)

9. **解**： **用余额递减法有**

$B_6 = A(1-d)^6$， $d = 1 - (\dfrac{S}{A})^{\frac{1}{n}} = 1 - (\dfrac{500}{10000})^{\frac{1}{8}} = 0.31234$ (4’)

$\therefore B_6 = 10000(1 - 0.31234)^6 = 1057.4$ (3’)

10. 解：**用年限总和折旧法有** $S_{20} = 210$

5 **年后的帐面价值为** $B_5 = S + \dfrac{S_{15}}{S_{20}}(A - S)$ (2’)

$S_{15} = \dfrac{15\times16}{2} = 120$

$\therefore B_5 = 700 + \dfrac{120}{210}(x - 700)$ (2’)

接下来的 15 **年资产价值用直线法从** B_5 **折为** 700

$\therefore D = \dfrac{B_5 - S}{15} = \dfrac{120(x-700)}{210\times15} = 1540$ (2’)

$\Rightarrow x = 41125$ (1’)

11. **解**：**设每年偿还** p **元**

则 $p(1-V^8) = 135$； $p(1-V^{14}) = 108$ (2’)

$\Rightarrow \dfrac{1-V^8}{1-V^{14}} = 1 + V^{14} = \dfrac{135}{108}$

$\Rightarrow V^{14} = 0.25 \Rightarrow V^7 = 0.5$ (2')

$p = \dfrac{108}{1-V^{14}} = \dfrac{108}{0.75} = 144$ (1')

$\therefore$ **第次还款中利息部分为** $p(1-V^{7})=144\times 0.5=72$ (1')

12. 解： $\left.\begin{aligned} p &= 1000+(1000c-50)a_{\overline{n}|0.05} \\ p-300 &= 1000+(1000-70)a_{\overline{n}|0.05} \end{aligned}\right\} 300=20a_{\overline{n}|0.05} \Rightarrow a_{\overline{n}|0.05}=15$ (2')

$p_2=1000+(70-50)a_{\overline{2n}|0.05}$ (1')

又 $a_{\overline{2n}|}=a_{\overline{n}|}+a_{\overline{n}|}V^{n}=15+15\times 0.25=18.75$ (2')

$\therefore p_2=1000+20\times 18.75=1375$ (1')

13. **解：由于没有残值，三年后的折旧价格为** $BV_3=A\cdot\frac{S_4}{S_7}$ (1')

$S_4=10$, S_7 28

$\therefore BV_3=5000\times\frac{11}{28}$ 1785.714 (1')

$\therefore$ **成本现值为** $pV_1=5000-1785.714V^{36}=3751.921$ (1')

第二种选择的成本现值为 $pV_2=120\ddot{a}_{\overline{36}|0.01}=3649.037$ (2')

$\therefore pV_1-pV_2=3751.921-3649.037=102.884$ (1')

14. **解：方法** A **的资本化成本为：**

$$\frac{\dfrac{200,000}{a_{\overline{25}|}}-\dfrac{5000}{s_{\overline{25}|}}+2000}{u}=\frac{16085.77}{u} \qquad (2.5')$$

方法 B **的资本化成本为：**

$$\frac{\dfrac{200,000}{a_{\overline{20}|}}+3000}{1.2u}=\frac{15873.78}{u} \qquad (2.5')$$

由于方法 B **的资本化成本比方法** A **的低，所以方法** B **更好。** (1')

15. **解：一年期零息债券的久期为** 1**，修正久期为** $\bar{v}_1=\frac{1}{1.05}$ (2')

十年期的付息债券的久期为

$$d_2=\frac{200\times 5n^{5}+1200\times 10n^{10}}{200n^{5}+1200n^{10}}=9.12 \qquad (1')$$

$$\overline{v}_2 = \frac{d_2}{1.05} = 8.68856 \qquad (1')$$

设投资于一年期零息债券的比例为 x，**投资于十年期付息债券的比例为** 1 − x
由题意有

$$3.7 = x\overline{v}_1 + (1-x)\overline{v}_2 \qquad (1')$$

$$\Rightarrow x = 64.48\%, \quad 1-x = 35.52\% \qquad (1')$$