

## 《利息理论与应用》第七章练习题

重点练习题：1, 6, 7, 10, 15, 26, 27

### §7. 1

1. 已知名义利率 8%，通货膨胀率 5%。现有 10 年期定期存款，分别按照以下两种方式计算：1) 按最初投入资本计算第 10 年底的收益，记为 A；2) 以实际利率计算第 10 年底的收益，记为 B。给出 A 与 B 的比值。(1.00)
2. 如果上题中的投资方式改为标准年金方式，计算 A 与 B 的比值。(1.82)
3. 已知 5 年定期储蓄的年实利率 7%，通货膨胀率 10%，计算在此期间实际购买力下降的比例。(12.9%)
4. 某人计划投资于年利率 8% 的基金，20 年后退休时的总受益。已知利息收入的税率是 25%。现有以下两种付税方式：A—投资结束时一次性付税；B—每年按时付税。计算两种方式下最终收益的比值。(116.8%)
5. 10 年前某投资者将 10,000 元投资于某项目，每年底得到回报 1500 元。目前，项目失败，10,000 元投资已无法追回。该投资者将前 10 年的回报分别存入年利率 8% 的基金。计算该投资者这 10 年的收益率。(8.07%)
6. 面值 1000 元的 10 年期息率 8% 的债券以预期收益率 12% 出售，假定息票收入是确定的，但是，到期的兑现有 2% 的违约可能。用现值的数学期望计算债券价格。(767.55)
7. 已知某项目在一年后能够收回 1000 元的可能为 90%，无任何收入的可能为 10%，年利率 25%。计算投资收益现值的数学期望、标准差和风险费率。(720, 240, 13.89%)
8. 面值 1000 元的 20 年期债券。每年息票收入 87.50 元，预期收益率 9.5%。如果无风险利率为 8.75%。计算年违约概率。(0.0685)
9. 某公司签发 1,000,000 元两年期贷款，年利率 8%。还贷方式：每年底等额偿还本金和应计利息。如果对借款人在第一年底的提前还贷没有处罚。已知第一年底的一年期远期利率可能为 6% 或 10%，贷款将以这个利率进行第二年的再投资。计算：1) 贷款人收回的贷款在第二年底的终值的数学期望；2) 这个终值的标准差；3) 平均期望收益率。(1,161,400 16,600 7.77%)
10. 15 年期贷款，利率 12%，每年底等额还贷。每年的违约概率为 1%，还款现金流的现值的数学期望为 150,000。如果年违约概率加倍，计算对应的数学期望；如果同时将利率提高到 14%，计算对应的数学期望。(141,500 128,300)
11. 某人购买 1000 元 10% 息率的早赎债券：10 年到期时以面值赎回或者在第 5 年底以 1050 元赎回。这 10 年中可能的再投资利率为 7%，如果债券的出售价格为 1100 元，早赎概率为 0.25，计算收益率。(7.91%)

### §7.2

12. 利用表 7.1 的利率计算面值 1000 元的两年期息率分别为 5% 和 10% 的债券的价格。(946.93, 1036.53)
13. 计算上题中两种债券的收益率。(7.975%, 7.953%)
14. 根据表 7.1 的利率计算以下远期利率：一年后的两年期远期利率；两年后的三年期远期利率。(9.64% 10.51%)
15. 已知 6 年期年息率 6% 的债券年收益率 12%；6 年期年息率 10% 的债券年收益率 8%。计算 6 年期的即期利率。(26.45%)
16. 某人计划投资 100,000 元三年，在第一、二年底将投资帐户的余额进行再投资。已

知第一年的即期利率如表 7.1 所示，而第二、三年的收益曲线将分别比上一年整体上升 2%。分析所有可能的投资模式，计算第三年底的最小和最大投资终值。(minimum=128,614 maximum = 129,470)

17. 现有如下的现金流：当  $t=1,3,5,\dots,19$  时，100 元；当  $t=2,4,6,\dots,20$  时，200 元。计算时刻  $t^*$ ，使时刻  $t^*$  的 3000 元的现值等价于上述现金流的现值。 $(-\ln[(v+2v^2)^{a_{\overline{n}|j,20}/(30a_2)}/\delta])$

18. 已知某种股票的分红以 4% 的比例逐年递增，实利率 8%，计算投资期限。(27)

19. 给出年金  $a_{\overline{n}|j}$  的修正投资期限的计算表达式。 $(v (Ia_{\overline{n}|j})_n/a_n)$

20. 证明：期末永久年金的修正投资期限等于该年金的现值。

21. 某贷款的偿还现金流为：第一年底 1000 元，第二年底 2000 元，第三年底 3000 元，实利率 25%，计算贷款额、投资期限、修正投资期限和  $\sigma^2$ 。(3616 2.2095 1.7628 .6046)

### §7.3

22. 已知 10 年期末年金每半年的支取金额为 1,4,9, ...,400，半年换算名利率 8%。计算现值。(1591)

23. 如果  $c$  可以用  $\sigma^2$  表示如下：

$$c = a(i) \sigma^2 + b(i)$$

试给出  $a(i)$  和  $b(i)$  的表达式。 $(a(i)= v \quad b(i)= v (v+v))$

24. 如果在例 7.5 中投资者的投资方式为：A—600 元投资于到期资金市场，400 元投资于两年期债券；B—400 元投资于到期资金市场，600 元投资于两年期债券。计算  $P(.09)$ 、 $P(.10)$  和  $P(.11)$ 。并且将这两种投资组合与例 7.5 的结果进行比较。 $(A— -1.8012 \quad 0 \quad 1.8343 ; B—1.8854 \quad 0 \quad -1.7531)$

25. 已知年利率 8%，计算以下投资组合的凸值：短期资金市场、10 年期零息票债券和红利固定的优先股票。 $(0 \quad 94.307 \quad 312.5)$

26. 如果  $n$  期贷款的利率为零，计算分期等额还贷的凸值。 $((n+1)(n+2)/3)$

27. 某金融机构收到 85,000 元定期储蓄，10 年后以年利率 8% 按复利偿还本息。可能的投资工具为收益率均为 8% 的 5 年期零息票债券和优先股票。如果零息票债券的投资期限为 5 年；优先股票的投资期限为 13.5 年。将以上的期限加权平均后，有：

$$\text{零息票债券的投资额为：} [(13.5-10)/(13.5-5)](85,000)=35,000$$

$$\text{优先股票的投资额为：} [(10-5)/(13.5-5)](85,000)=50,000$$

证明：用免疫技术进行分析，上述投资组合为最优组合。

28. 某金融机构当前收到 37,908 元，然后在今后的 5 年内每年年底支付 10,000 元。其投资工具为 1、3 和 5 年的零息票债券，收益率均为 10%。该机构考虑以下的投资决策：负债的期限关于可能的投资期限是对称的，所以，三种债券的投资额均为 12,636 元。证明：用免疫技术说明，这个投资策略并不是最优的。找到一个更优的策略。(一年期债券：13,223 元；三年期债券：15,061 元；五年期债券：9,624 元)

29. 在练习 28 中，如果市场中还有收益率为 10% 的 2 年和 4 年的零息票债券，则存在绝对匹配的投资策略。并给出这个策略下的 37,908 元的投资方式。(1 年期债券：9091；2 年期债券：8265；3 年期债券：7513；4 年期债券：6830；5 年期债券：6209)

30. 某金融机构收到某客户的 20,000 元存款，存期两年，利率 10%，客户希望在第 1 年底支取一半的金额。该金融机构可选的投资工具有：收益率为 10% 的一年期零息票支取或收益率为 11% 的两年期零息票债券。该机构分析了这两种选择：A—绝对匹配；B—完全投资于两年期的债券以获得最大的收益率。计算方式 A 的最初利润；若方式 A 与 B

等价，计算一年期债券在一年后的一年远期利率。(179.37 12.01%)

31. 对§7.3 中的资产负债匹配的例子考虑以下几种情况的结果：1) 远期利率分别为 7.5%和 9%；2) 远期利率分别为 6.5%和 10%；3)  $s_1$  分别为 20%和 80%；4)  $s_1$  分别为 0 和 100%。(  $0 < p_1 < .6980$ ；无解； $.2186 < p_1 < .5931$ ；无解 )