《利息理论与应用》第二章重点题答案

1. $1000S_{\overline{20}|7\%} + xS_{\overline{10}|7\%} = 5\times10^4$

$$S_{\overline{20}|7\%} = 40.99549$$
$$S_{\overline{10}|7\%} = 13.81645 \Rightarrow x = 651.7238$$

2. $A + 250a_{\overline{48}|1.5\%} = 10^4$

$$\frac{18\%}{12} = 1.5\%$$
$$250\cdot a_{\overline{48}|1.5\%} = 250\times34.04255 = 8510.63841$$
$$\Rightarrow A = 1489.36159$$

5. $a_{\overline{7}|} = \dfrac{1-q^7}{i}, a_{\overline{11}|} = \dfrac{1-q^{11}}{i}, a_{\overline{18}|} = \dfrac{1-q^{18}}{i}$

$$a_{\overline{7}|}\cdot a_{\overline{11}|} = \frac{1-q^7-q^{11}+q^{18}}{i^2}$$
$$= \frac{1}{i}\left(\frac{1-q^7}{i} + \frac{1-q^{11}}{i} - \frac{1-q^{18}}{i}\right)$$
$$= \frac{1}{i}(a_{\overline{7}|} + a_{\overline{11}|} - a_{\overline{18}|}$$
$$\Rightarrow i = \frac{a_{\overline{7}|} + a_{\overline{11}|} - a_{\overline{18}|}}{a_{\overline{7}|}\cdot a_{\overline{11}|}} = 8.27847\%$$

$$a_{\overline{7}|} + q^7\cdot a_{\overline{11}|} = \frac{1-q^7+q^7-q^{18}}{i} = a_{\overline{18}|}$$
$$(1+i)^7 = \frac{a_{\overline{11}|}}{a_{\overline{18}|} - a_{\overline{7}|}} \Rightarrow i = 8.22906\%$$
$$(1+i)^{11} = \frac{a_{\overline{7}|}}{a_{\overline{18}|} - a_{\overline{11}|}} \Rightarrow 7i = 8.26379\%$$

10.1) $\ddot{a}_{\overline{n}|} = \dfrac{(1-q^n)(1+i)}{i} = \dfrac{1-q^n}{i} + 1 - q^n$

2) $\ddot{S}_{\overline{n}|} = \dfrac{((1+i)^n-1)(1+i)}{i} = \dfrac{(1+i)^n-1}{i} + (1+i)^n - 1$

相差一年

12. 图

6%/4=1.5%　　共 47 次

91 年 12 月 7 日

$$L = 100 \cdot S_{\overline{47}|1.5\%} = 6755.19402$$

1）79 年 9 月 7 日

$$L \cdot (1+1.5\%)^{-49} = 3256.879998$$

2）2 年 6 月 7 日

$$L \cdot (1+1.5\%)^{2} = 6959.36976$$

20. 图

$$\frac{1}{3} \cdot x \cdot S_{\overline{n}|} = x \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (1+i)^n - 1 = 3 \Rightarrow (1+i)^n = 4$$

27. 图

$$(1+4\%)^{10} - 1 = k \cdot 1.05 + 0.4^6 + k1.05 \cdot 1.04^5 + d1.04^4 + 1.04^3 k$$

$$\Rightarrow k = \frac{1 \cdot [1.04^{10} - 1]}{1.04^3(1+1.04+1.04^2+1.04^3}$$

$= 0.0979931773$（万元）

即 979.931773 元

28. 图

$$p = \frac{x}{(1+i)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2xa_{\overline{4}|}i}{(1+i)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2xa_{\overline{5}|}i}{(1+i)^4(1+i)^{\frac{1}{2}}}$$

$$p = xa_{\overline{5}|i}(1+i)^{\frac{1}{2}} - \frac{x}{2}(1+i)^{-\frac{1}{2}} + xa_{\overline{5}|j}(1+i)^{-\frac{9}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{\frac{1}{2}p}{a_{\overline{5}|i}(1+i)^{\frac{1}{2}} + a_{\overline{5}|j}(1+i)^{-\frac{9}{2}} - \frac{1}{2}(1+i)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}x2p(1+i)^{\frac{1}{2}}}{2a_{\overline{5}|i}(1+i) + 2a_{\overline{5}|j}(1+i)^{-4} - 1}$$

$$= \frac{p(1+i)^{\frac{1}{2}}}{2a_{\overline{4}|i} + 2a_{\overline{5}|j}(1+i)^{-4} + 1}$$

39.

$$\bar{a}_{\overline{n}|} = \int_0^n a^{-1}(t)dt$$

$$= \int_0^n e^{-\int_0^t d_s d_s} dt$$

$$= \int_0^n e^{-\int_0^t \frac{1}{1+s} d_s} dt$$

$$= \int_0^n e^{-l_n(1+t)} dt$$

$$= \int_0^n \frac{1}{1+t} dt$$

$$= l_n(1+t)1_0^n = l_n(1+n)$$

40.

$$\int_0^1 q^t dt = \int_0^1 e^{-dt} dt$$

$$= -\frac{1}{d} e^{-dt} 1_0^1 = -\frac{1}{d}(qe^{-d} - 1)$$

$$= \frac{1-e^{-d}}{d}$$

$$e^{-dt} = \frac{1-e^{d}}{d} \Rightarrow$$

$$-dt = l_n \frac{1-e^{-d}}{d} = l_n \frac{e^d - 1}{d \cdot e^d}$$

$$= l_n(e^d - 1) - l_n d - d$$

$$t=\frac{d+l_n d-l_n(e^d-1)}{d}$$

$$=1+\frac{1}{d}l_n d-\frac{1}{d}l_n(e^d-1)$$

$$=1+\frac{1}{d}l_n d-\frac{1}{d}l_n i$$

$$=1+\frac{1}{d}l_n\frac{d}{i}$$

$$1-\frac{1}{d}l_n\frac{i}{d}<1$$

44. **图**

-75　75　72　69

$$25\cdot a_{\overline{25}|}+3(Da)_{\overline{25}|}$$

45. $\frac{1}{2}\cdot 16\%=8\%$

图

-300　500　250　50

$800-350=50(n-1)\Rightarrow n=10$

$300a_{\overline{10}|8\%}+50(Da)_{\overline{10}|8\%}$

$=300\cdot A+50\cdot\frac{n-A}{i}$

$=300\cdot A+\frac{50}{8\%}$

$300A+6250-625A$

$6250-325A$

48. **图**

$R=100\cdot m^2=100\cdot 4^2=1600$

$1600(I^{(4)}\ddot{a})^{(4)}_{\overline{1}|}$ **为每一年在年初的现值**

$1600(I^{(4)}\ddot{a})^{(4)}_{\overline{1}|}\cdot\ddot{a}_{\overline{11}|}$

49.

$$1+\frac{1.03}{(1.08)^{\frac{1}{2}}}+[\frac{1.03}{10.8^{\frac{1}{2}}}]^2+\ldots$$

$$=\frac{1}{1-\frac{1.03}{(1.08)^{\frac{1}{2}}}}=112.5868$$

54. $d_i=l_n(1+i), d_k=l_n(1+k)$

$$\int_0^{+\infty}(1+k)^t(1+i)^{-t}dt$$

$$=\int_0^{+\infty}(\frac{1+k}{1+i})^t dt$$

$$=\frac{1}{l_n\frac{1+i}{1+k}}\int_0^{+\infty}l_n\frac{1+i}{1+k}e^{-l_n\frac{1+i}{1+k}t}dt$$

$$=\frac{1}{l_n\frac{1+i}{1+k}}(-e^{-l_n\frac{1+i}{1+k}t}1_0^{+\infty})$$

$$=\frac{1}{l_n(1+i)-l_n(1+k)}$$

57. $A=p\cdot\frac{1}{i}, B=q(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2})$

1）
$$A-B=p\cdot\frac{1}{2}-q\frac{1}{i}-q\frac{1}{i^2}=0$$
$$\Rightarrow(p-q)i-q=0$$
在 $p>q$**时** $, i=\frac{q}{p-q}$

2）
$$A-B=-q(\frac{1}{i^2}-\frac{1}{i}\cdot\frac{q}{p-q})$$
$$=-q[(\frac{1}{i}-\frac{p-q}{2q})^2-\frac{(p-q)^2}{4q^2}]$$
$$=-q(\frac{1}{i}-\frac{p-q}{2q})^2+\frac{(p-q)^2}{4q}$$

在这种计算方式有极大值 $i=\frac{2q}{p-q}, p>q$

60.

$$0.4S_{\overline{10}|6\%}+2=0.8a_{\overline{n-10}|6\%}+x\cdot 1.06^{-(n-10)}$$

$$2+\frac{0.4}{6\%}(1.06^{10}-1)=7.272317977=A$$

$$x=(0.4S_{\overline{10}|6\%}+2-0.8a_{\overline{n-10}|6\%})\cdot 10.6^{(n-10)}$$

1） $n=15, x=(A-0.8a_{\overline{5}|6\%})\cdot 1.06^{5}=5.2223276$

2） $n=20, x=(A-0.8a_{\overline{10}|6\%})\cdot 1.06^{10}=2.478978$

3） $n=25, x=(A-0.8a_{\overline{15}|6\%})\cdot 1.06^{15}=-1.192243$

66. $A=\frac{(1+i)^n-1}{i}, B=\frac{(1+i)^{n+1}}{i}\Rightarrow (1+i)^{n=1+Ai}, B-A=(1+i)^n$

$$1+Bi=1Ai+i+Ai^2\Rightarrow B=A+1+Ai\Rightarrow i=\frac{B-A-1}{A}=\frac{B-1}{A}-1$$

$$n=\frac{\log(1+Ai)}{\log(1+i)}=\frac{\log(B-A)}{\log(\frac{B-1}{A})}=\frac{\log(B-A)}{\log(B-1)-\log(A)}$$

69. 1) $(I_a)_{\overline{n}|i}=\frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}-nq^n}{i}, (D_a)_{\overline{n}|i}=\frac{n-a_{\overline{n}|}}{i}$

$$\frac{\ddot{a}_{\overline{n}|}-nq^n+n-a_{\overline{n}|}}{i}=\frac{1-nq^n+n-q^n}{i}=\frac{(n+1)[1-q^n]}{i}=(n+1)\cdot a_{\overline{n}|}$$

2) $(I_s)_{\overline{n}|i}=\frac{\ddot{s}_{\overline{n}|}}{i}, i\cdot(I_s)_{\overline{n}|i}+(n+1)=\ddot{s}_{\overline{n}|}-n+n+1=1+\ddot{s}_{\overline{n}|}=s_{\overline{n+1}|}$

71.

$$A=(1+1.04+\cdots+1.04^{36})\frac{1}{37}=\frac{1-1.04^{37}}{1-1.04}\cdot\frac{1}{37}$$

$$=\frac{1.04^{37}-1}{0.04}\cdot\frac{1}{37}=81.7022464\cdot\frac{1}{37}=2.2081688$$

$$B=6\%\cdot[1.06^{36}+1.06^{35}\cdot 1.04+\cdots+1.04^{36}$$

$$=6\%\cdot\frac{1.06^{36}[1-(\frac{1.04}{1.06})^{37}]}{1-\frac{1.04}{1.06}}=6\%\cdot\frac{1.06^{37}-1.04^{37}}{1.06-1.04}=13.8902313/1.06=13.10399179$$

$$C=81.7022464$$

$$\frac{70\%A}{1.04^{36}}=\frac{13.935797}{37}=37.6643\%,\ln(1+t)=0.0582689$$

1) $70\%A\cdot a_{\overline{n}|6\%}=B\Rightarrow 1-q^{n}=\frac{6B}{70A}\Rightarrow q^{n}=1-\frac{6B}{70A}\Rightarrow q^{n}=1-\frac{6B}{70A}$

$$\Rightarrow n=\frac{\ln(1-\frac{6B}{70A})}{\ln(1+i)}=12.195385$$

2)

$$\frac{2.5\%\times 81.7022464}{1.0436}=49.7707\%,\Rightarrow n=-\frac{\ln(1-\frac{6B}{2.5C})}{\ln(1+i)}=8.3409485$$

$$2.5\%\times 81.7022464\ddot{a}_{\overline{n}|6\%}=B\Rightarrow\frac{1-q^{n}}{6\%}=\frac{B}{2.5\%C}\Rightarrow q^{n}=1-\frac{6B}{2.5C}$$