

应用多元统计分析作业（数院）（二）

2010 年 3 月 17 日 10:10AM 交

1. 设 $\mathbf{x}_{(1)}, \dots, \mathbf{x}_{(n)}$ 为 p - 维正态总体 $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ 的随机样本, $\bar{\mathbf{x}}$ 为样本均值, $\mathbf{s}$ 为样本方差. 试证明 $\bar{\mathbf{x}}$ 与中心化样本 $(\mathbf{x}_{(1)} - \bar{\mathbf{x}}, \dots, \mathbf{x}_{(n)} - \bar{\mathbf{x}})'$ 独立, 进而样本均值与样本方差独立.

2. 设 $\mathbf{X} \sim N_3(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, 其中 $\boldsymbol{\mu} = (2, -3, 1)$, $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

(a) 求向量 $\mathbf{a}$, 使得 X_2 与 $X_2 - \mathbf{a}' \begin{pmatrix} X_1 \\ X_3 \end{pmatrix}$ 独立.

(b) 求 X_3 给定下, X_1 与 X_2 的偏相关系数, 并解释其含义.

3. 课本 2-9.