

作业给分原则：1.每道题2分，根据犯错误严重程度扣0.5或1分。2.严禁抄袭！发现作业雷同者，一律给0分。3.打问号的地方是我没看懂的地方.有问题可以课下找我讨论.

1.2.4 注意 F^{-1} 的两种定义方式： $F^{-1}(y) = \sup\{x : F(x) \leq y\}$ 或者 $F^{-1}(y) = \sup\{x : F(x) < y\}$.本题中应该采用前者.

1.3.8 注意题目要求是让用1.3.7的结论.

参考答案：Let $\mathcal{A} = \{Y : Y \text{ is measurable w.r.t. } \sigma(X)\}$, $\mathcal{B} = \{f(X) : f \text{ is measurable}\}$. We need to show $\mathcal{A} = \mathcal{B}$. $\mathcal{A} \supseteq \mathcal{B}$ is obvious. By 1.3.7, \mathcal{A} is the smallest class (a) containing the simple functions (w.r.t. $\sigma(X)$) and (b) closed under pointwise limits. So it suffices to prove \mathcal{B} satisfies properties (a) and (b) in order to prove $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}$.

1.3.9 注意对于固定的 $n, \{B_{m,n}, m \in \mathbb{Z}\}$ 不一定是 \mathbb{R} 的一个划分。只能证明对于固定的 $n, \{B_{m,n}, m \in \mathbb{Z}\}$ 是两两不交的。如 $\Omega = \{a, b\}, X(a) = 1, X(b) = 0, Y(a) = Y(b) = 1$.若取 $B_{1,0} = [0, 1], B_{m,0} = \emptyset, m \neq 1$,则可以验证 $\{B_{m,0}, m \in \mathbb{Z}\}$ 满足 $\{m2^{-0} \leq Y < (m+1)2^{-0}\} = \{X \in B_{m,0}\}$,但 $\{B_{m,0}, m \in \mathbb{Z}\}$ 显然不是 \mathbb{R} 的一个划分.

另外注意题目中要求证明存在一个 f , 使得 f_n 逐点收敛到 f .可以考虑 f_n 的单调性.

1.5.8 f 可积不能推出 f 有界.如 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-a}}, x \in (a, b]$ 且定义 $f(a) = 0$,则 f 可积但无界.另外注意区分几乎处处有限和有本质上界.

1.7.3 (ii)扣分的原因是没有说明等式右边的求和项中最多有可数个不为0.

2.3.18 注意 $\mathbf{P}[\limsup_{n \rightarrow \infty} \{X_n = \log n\}] = 1$ 与 $\mathbf{P}[\limsup_{n \rightarrow \infty} X_n / \log n = 1] = 1$ 的区别.对于连续型随机变量 X_n ,前者概率是0.

3.3.19 应该先证明 $EX^2 < \infty$. 可以由定理3.3.9得到.