《随机微分方程及其应用概要》勘误表和建议修改表 2013年12月13日 修订版

1. 第1页 第12行: 只要$A_i \cap A_j \neq \emptyset$，

   应该是: 只要$A_i \cap A_j = \emptyset$.

2. 第3页 最后一行: $\xi_n \to \xi$, 其含义为， 在忽略一个任意小的概率ε情形下ξ_n可以近似ξ.

   是否应该改为: 对于一个任意给定的误差ε，在忽略一个任意小的概率情形下， ξ_n可以近似ξ.

3. 第5页 倒数第3,4行： 称为**Borel**集。 称为d-维**Borel**集。

   是否应该改为: 称为**Borel**事件体(域，代数)。 称为d-维**Borel**事件体(域，代数) 。

4. 第5页 倒数第2行：且对于极限运算封闭的最小的函数类...

   是否应该改为: 且对于(取函数的逐点)极限运算封闭和对线性运算封闭的最小的函数类...

5. 第15页 第9行的性质(5)应该假定$\{\xi^{(n)}\}$是Gauss系。(与上一版不同，去掉了第7行的性质(4))

6. 第18页的习题19可能表述上有问题。

7. 第19页的习题28中的$cov(\xi_s, \xi_t) = R(s,t)$的定义与第16页相关函数的定义不符。

8. 第21页 倒数第6行：$A_n \cap A_m \neq \emptyset$，

   应该是: 只要$A_n \cap A_m = \emptyset$.

9. 第21页 最后两行– 第22页第1行， 从本书的编排顺序和前后文以及学生先修课程的要求来看此处**是否应该改为**: 对于任意的Borel集 A (或(a,b)开区间)有

$$P(\{\omega : \xi(\omega) \in A\}) = P(\xi^{-1}A) = \int P(\xi^{-1}A|\eta = y) f_\eta(y) dy.$$

10. 第24页 第6,7行： (E.2)的左边是

$$\int I_A(y) E(\xi|\eta = y) f_\eta(x, y) dy......$$

是否应该改为:

$$\int I_A(y)E(\xi|\eta=y)f_\eta(y)dy......$$

11. 第25页 定理2.2，定理2.3的叙述中是否应该说明：对于任意的Borel函数$h(x)$，如果使得下面等式两端有意义，则有下面的等式成立。(例如：$h(x)$有界，或$h(x)$非负)

12. 第26页 例2.6 有误 **应该是**: $E[\xi|I_A](\omega)=\frac{E(\xi\cdot I_A)}{P(A)}I_A(\omega)+\frac{E(\xi\cdot I_{A^c})}{P(A^c)}I_{A^c}(\omega).$

13. 第26页 推论2.6中的 “相合独立” **应该是**: 相互独立。

14. 第31页 习题4有误。 **应该是**: $\Sigma_{k=0}^{2^n-1}$

15. 第36页 倒数 第8行 $Z_n=e^{-(\delta_0+\delta_1+\cdots+\delta_{n-1})}X_n$

    应该是: $\zeta_n=e^{-(\delta_0+\delta_1+\cdots+\delta_{n-1})}\xi_n$

16. 第37页 倒数第6行中

$$...\int\frac{g(y)}{f(y)}f(x)dx...$$

应该是:

$$...\int\frac{g(x)}{f(x)}f(x)dx...$$

17. 第42页 第9,10行

$$\begin{aligned}E(X_{n+1}|\xi_n,\cdots,\xi_0) &= E(\xi_{n+1}|\xi_n,\cdots,\xi_0)-(n+1)\mu\\ &= p(\xi_{n+1}|+1)+q(\xi_{n+1}-1)-(n+1)\mu=X_n,\end{aligned}$$

应该是:

$$\begin{aligned}E(X_{n+1}|\xi_n,\cdots,\xi_0) &= E(\xi_{n+1}|\xi_n,\cdots,\xi_0)-(n+1)\mu\\ &= p(\xi_n+1)+q(\xi_n-1)-(n+1)\mu=X_n,\end{aligned}$$

18. 第42页 第13行 **应该是**:

$$-a\cdot p_a+b\cdot q_b-\mu E\tau=0$$

19. 第42页 第15行 **应该是**:

$$E\tau=\frac{1}{\mu}[-a\cdot p_a+b\cdot q_b]$$

20. 第43页 *3.2.4 一般Doob停时定理的叙述中的(2)有误。 **应该是**: 如果存在ξ满足$E|\xi| < \infty$,且$\xi_n = E(\xi|\eta_0, \cdots, \eta_n)$,则对于任意$\eta_n$的停时$\tau, \sigma$,只要$\tau > \sigma$, 就有条件期望
$$E(\xi_\tau|\mathcal{F}_\sigma) = \xi_\sigma.$$

21. 第44页 第3行中 X_n **应该是**: ξ_n

22. 第48页 习题6，7有误。

    ****

23. 第23页 第二行 "$... = \int x f_\xi(x|y)dy = ...$", **应该是**: "$... = \int x f_\xi(x|y)dx = ...$"

24. 第35页 第9行 (定义3.5的最后一句话) "若ξ_n是鞅列，则它也是(η_n)鞅列。" **可能应该是**: "若ξ_n是(η_n)鞅列，则它也是鞅列。"

25. 第44页 倒数第10行 "由条件期望的性质，可以证明这个定义等价于：对于任意$t > s$有
$$E(\xi_t|\eta_u : u \leq s) = \xi_s.$$
"这一命题是正确的。证明如下：

    若对于任意的 $t > s > s_1 > \cdots > s_n$, 有$E(\xi_t|\eta_s, \eta_{s_1}, \cdots, \eta_{s_n}) = \xi_s$, 则由测度扩张定理即得.

    若对于
$$E(\xi_t|\eta_u : u \leq s) = \xi_s.$$
那么对于任意的 $t > s > s_1 > \cdots > s_n$, 由条件期望的平滑性(投影性)得
$$\begin{aligned}
& E(\xi_t|\eta_s, \eta_{s_1}, \cdots, \eta_{s_n}) \\
= \; & E\Big(E(\xi_t|\eta_u : u \leq s)\Big|\eta_s, \eta_{s_1}, \cdots, \eta_{s_n}\Big) \\
= \; & E\Big(\xi_s\Big|\eta_s, \eta_{s_1}, \cdots, \eta_{s_n}\Big) \\
& \text{注意到}(\xi_s)\text{关于}(\eta_s)\text{可知(适应), 知道}\xi_s\text{关于}(\eta_s, \eta_{s_1}, \cdots, \eta_{s_n})\text{可知(可测)} \\
= \; & \xi_s.
\end{aligned}$$

    这里,(ξ_t)关于(η_t)的可知性(适应性)起了关键作用.

26. 第47页 倒数第8行 "$= \sum_{i=1}^n E[\xi_T I_{B_i}] = ... = ...$" **应该是**:
$$\geq \sum_{i=1}^n E[\xi_T I_{B_i}] = ... = ...$$

27. 第48页 推论3.13 中 **应该是**: “设$\{\xi_n, n \geq 1\}$是方差有限、均值为0的独立同分布随机序列...”.

28. 第49页 习题11的第二个等式不正确。?

29. 第54页 第8行 “由命题4.2可知”， **应该是**: “由命题4.3可知”。

30. 第62页 倒数第8行 “定义$\xi_t^{\triangle} = \triangle x(Y_1 + \cdots + Y_{[\frac{t}{\triangle t}]})$” **应该是**: “定义$\xi_t^{\triangle} = \sigma\triangle x(Y_1 + \cdots + Y_{[\frac{t}{\triangle t}]})$”。

31. 第69页第1行 ”$\sum_{i=1}^{N_n-1}$ ...”, **应该是**: ”$\sum_{i=0}^{N_n-1}$ ...”.

32. 第72页 倒数第1行

$$= \int_0^T f'(t)[\int_0^t f'(s)sds - tf(t)]dt = -\int_0^T f'(t)f(t)dt = \int_0^T f(t)^2 dt$$

应该是:

$$= \int_0^T f'(t)[\int_0^t f'(s)sds - tf(t)]dt = -\int_0^T f'(t)\int_0^t f(s)dsdt = \int_0^T f(t)^2 dt$$

33. 第75页第11行 “$g_h(t) = \frac{1}{h}\int_0^{t+h} f(s)ds$” **应该是**: “$g_h(t) = \frac{1}{h}\int_t^{t+h} f(s)ds$”

34. 第79页 综合定义5.2’和 可料梯形过程的随机积分的定义式(5.3), 定义5.2’中的(5.2)式

$$\Phi_t = \sum_{i=0}^m \Phi_{t_i} I_{(s_i, t_i]}(t),$$

应该是:

$$\Phi_t = \sum_{i=1}^m \Phi_{s_i} I_{(s_i, t_i]}(t).$$

紧接着“且其中的系数随机变量Φ_{t_i}为$\mathbf{B}_{s_i}$...可知的” **应该是**: “且其中的系数随机变量Φ_{s_i}为$\mathbf{B}_{s_i}$...可知的”. 同时 (5.3)式中定义随机积分中的求和下标也应该是从$i = 1$开始的.（这里及后面求和的起点可能都要重新考虑一下）

35. 第80页第1行 (5.4) 式中间一项 $\sum_{i=0}^m \|\phi_t\|^2(t_i - s_i)$ **应该是**:

$$\sum_{i=0}^m \|\phi_{s_i}\|^2(t_i - s_i)$$

.

36. 第80页 引理5.4' 的证明有误， 在证明的式子的第三行第二项中的条件期望应该是对$\mathbf{B}_{s_k}$取的。正确的证明如下：

$$
\begin{aligned}
E\Big(\int_0^T \Phi_t dB_t\Big)^2 &= \ldots \\
&= \ldots \\
&= E\Big[\sum_{i=1}^m E(\Phi_{s_i}^2(B_{t_i}-B_{s_i})^2|\mathbf{B}_{s_i}) + \\
&\qquad 2\sum_{j<k} E(\Phi_{s_j}\Phi_{s_k}(B_{t_j}-B_{s_j})(B_{t_k}-B_{s_k})|\mathbf{B}_{s_k})\Big] \\
&= E\Big[\sum_{i=1}^m E(\Phi_{s_i}^2(B_{t_i}-B_{s_i})^2|\mathbf{B}_{s_i}) + \\
&\qquad 2\sum_{j<k} \Phi_{s_j}\Phi_{s_k}(B_{t_j}-B_{s_j})E(B_{t_k}-B_{s_k}|\mathbf{B}_{s_k})\Big] \\
&= E\Big[\sum_{i=1}^m E(\Phi_{s_i}^2(B_{t_i}-B_{s_i})^2|\mathbf{B}_{s_i}) + \\
&\qquad 2\sum_{j<k} \Phi_{s_j}\Phi_{s_k}(B_{t_j}-B_{s_j})E(B_{t_k}-B_{s_k})\Big] \\
&= E\Big[\sum_{i=1}^m \Phi_{s_i}^2 E(B_{t_i}-B_{s_i})^2\Big] \\
&= \ldots
\end{aligned}
$$

37. 第81页第5行 **应该是**:

$$\Phi_t^{(n)} \stackrel{def}{=} \sum_{k=0}^{N_n-1} \Phi_{t_k{}^{(n)}} I_{(t_k{}^{(n)}, t_{k+1}^{(n)}]}(t) + \Phi_0 I_{\{0\}}(t).$$

另外，此处也应该把求和的上下标写清楚。

38. 第81页定义5.4'中“(这时$\int_0^T \Phi_t^{(n)} dB_t$是$\mathcal{L}^2$中的Cauchy列)” **应该是**: “(这时$\int_0^T \Phi_t^{(n)} dB_t$是$L^2$中的Cauchy列)”

39. 第85页 “线性性质”的倒数第二行，从数学的严格性来说**应该是**: “可知的 **有界** 随机变量η”.

40. 第85页 倒数第6行 “不定限的Ito积分$\int_0^t \Phi_s dB_s$作为随机过程是Gauss过程”， 这句话不正确.

41. 第85页 倒数第5行 $E\Big(\int_u^t \Phi_s dB_s \int_u^t \Psi_s ds\Big)$, **应该是**: $E\Big(\int_u^t \Phi_s dB_s \int_u^t \Psi_s dB_s\Big)$.

42. 第89页 (5.21)'式 $d\xi_t = \Phi_s dB_s + \Psi_s ds$ **应该是**: $d\xi_t = \Phi_t dB_t + \Psi_t dt$.

43. 第90页 5.3.2节的第2行 "$\mathcal{L}^{2,loc} \overset{def}{=} = ...$" 中的第2个等号是多余的。

44. 第90页 倒数第4行 "$\int_0^t \Phi_t dB_t$" **应该是**: "$\int_0^t \Phi_s dB_s$".

45. 第91页 第6行 "$+\int_0^{T_t} \Theta_t \Psi_t dt$",**应该是**: "$+\int_0^T \Theta_t \Psi_t dt$"。

46. 第92页 第2行 "注意... 曾将B_t理解为... " **应该是**: "注意... 曾将$\mathbf{B}_t$理解为... ".

    "根据不同的定语信息" **是否可以写成**: "根据不同的定语所提供的信息"或"根据不同的定语"。

47. 第93页 第2行 "$(p)\lim_{n\to+\infty} \sum f'(\xi_{t_k}^{(n)}) \Phi_{t_{t_i}^{(n)}} ...$" **应该是**:

$$(p) \lim_{n\to+\infty} \sum f'(\xi_{t_k}^{(n)}) \Phi_{t_k^{(n)}} ...$$

48. 第93页 第8行 "$t_k^{(n)} \leq \theta_k^{(n)} \leq t_{k+1}^{(n)}$" **应该是**: "$\theta_k^{(n)}$介于$B_{t_k^{(n)}}$和$B_{t_{k+1}^{(n)}}$之间"。

49. 第97页 第3行 "$\{d\mathbf{B}_t : t \geq 0\}$" **应该是**: "$\{\mathbf{B}_t : t \geq 0\}$"

50. 第98页 习题2 应该去掉"与其"两个字。

51. 第99页 习题13 "$... \int_0^t g_{k-1}(s) ds ...$" **应该是**: "$... \int_0^t g_{k-2}(s) ds ...$".

52. 第99页 习题15 表述有问题。

53. 第101页 第2行 **应该是**:

$$\xi_t = e^{-at}\Big[\xi_0 + \int_0^t e^{au}\big(\eta_0 + \int_0^u \sigma(s) dB_s\big) du\Big], \quad \eta_0 = \xi_0' + a\xi_0.$$

54. 第104页 例6.2 (随机调和振子)中 "通解为$y = \xi_0 \cos\lambda t + v_0 \sin\lambda t + \frac{1}{\lambda}\int_0^t \sin(t-s) f(s) ds.$" **应该是**: 通解为

$$y = \xi_0 \cos\lambda t + \frac{v_0}{\lambda} \sin\lambda t + \frac{1}{\lambda}\int_0^t \sin(t-s) f(s) ds.$$

55. 第104页 例6.2 (随机调和振子)中 "于是这个形式方程的解是 $\xi_t = \xi_0 \cos\lambda t + v_0 \sin\lambda t + \frac{1}{\lambda}\int_0^t \sin(t-s) dB_s$" **应该是**: 于是这个形式方程的解是

$$\xi_t = \xi_0 \cos\lambda t + \frac{v_0}{\lambda} \sin\lambda t + \frac{1}{\lambda}\int_0^t \sin(t-s) dB_s.$$

56. 第113页 第9行 “$M_t=e^{-cB_t+(\frac{1}{2}c^2-a)t}$” **可能应该是**: “$M_t=e^{-cB_t-(\frac{1}{2}c^2+a)t}$” .

57. 第114页 第3行 综合上一条，解出的“ζ_t” **可能应该是**:

$$\zeta_t=\Big(\zeta_0+\frac{b}{2}\int_0^t e^{-\frac{c}{2}B_s+(\frac{3}{4}c^2-\frac{a}{2})s}ds\Big)e^{-\frac{c^2}{2}t}.$$

58. 第137页 倒数第8行 “$\xi_t=G(t,\xi_0,B_{\le t})$” **应该是**: “$\xi_t=G(t,\xi_0,(B_s)_{0\le s\le t})$” .
同一页倒数第8行 “$\bar{\xi}_t=G(t,\xi_0,\bar{B}_{\le t})$” **应该是**: “$\bar{\xi}_t=G(t,\xi_0,(\bar{B}_s)_{0\le s\le t})$” .

59. 第139页 习题8 最后一句话“而且其任意一个解的模$\sqrt{\xi_t^2+\eta_t^2}$是一个常数。” 这句话准确的表达**应该是**: “而且其任意一个解的模$\sqrt{\xi_t^2+\eta_t^2}$恒等于$\sqrt{\xi_0^2+\eta_0^2}$， 其中(ξ_0,η_0)为方程的初值。”

60. 书中所有的“Fokker-Plank方程” 都**应该是**: “Fokker-Planck方程” .

61. 第141页 定理7.1上面一段的第一句话 “这一结论可以一般化.即任意随机微分方程的解，都是Markov过程.” 的确切表述**应该是**: “这一结论可以一般化，即由定义7.1定义的任意随机微分方程的解,即扩散过程，都是Markov过程.”

62. 第143页 例7.3 实际上只求出了Black-scholes随机微分方程的转移分布，而不是转移密度。在例7.3的第7行$p(t,x,y)=...$**应该是**: $F(t,x,y)=....$

63. 第144页中当 OU过程成为平稳过程时 $cov(\eta_t,\eta_s)$**应该是**: $\frac{\sigma^2}{2b}e^{-b(t-s)}$. (第12行和倒数第1行有误)

64. 第145页 倒数第4行， “Wayl引理”**应该是**: “Weyl引理”。

65. 第147页 倒数第11行, “$...E\Big[...|\xi_t=x\Big]$”**应该是**: $...E\Big[...|\xi_0=x\Big]$

66. 第150页 定理7.6中的Master方程中等式右边第二项 **应该是**: “$\frac{\partial}{\partial y}(b(y)p)$” .

67. 第150页 注1中的Master方程中等式右边第二项 **应该是**: “$\frac{\partial}{\partial y}(b(t,y)p)$” .

68. 第152页 定义7.2中的“$\pi(x)$” **应该是**: “$\varphi(x)$” .

69. 第153页 第一段中 “这两种情形分别类似于Markov链的零常返和正常返” 这句话严格的表达 **应该是**: “这两种情形分别类似于Markov链的非常返、零常返($p(t,x,y)\to 0$)和正常返($p(t,x,y)\to\varphi(y)$)。”

70. 第154页 第4行 式子 $\gamma_1\mathbf{I}\le\mathbf{A}(\mathbf{x})\le\gamma_2(1+|\mathbf{x}|^2)$ **应该是**:

$$\gamma_1\mathbf{I}\le\mathbf{A}(\mathbf{x})\le\gamma_2(1+|\mathbf{x}|^2)\mathbf{I}$$

.

71. 第154页 第7行 “有一个非负分非零可积解” **可能应该是**: “有一个非负非零可积解”

72. 第155页 定理7.11 中 “$\frac{\partial p_\Omega}{\partial t} = L_y p_\Omega$”, **是否应该是**: $\frac{\partial p_\Omega}{\partial t} = L_y^* p_\Omega$”, 或者 $\frac{\partial p_\Omega}{\partial t} = L_x p_\Omega$”。

73. 第156页 第1行 “$\frac{\partial p_\Omega}{\partial t} + L_x p_\Omega = 0$”,**应该是**: “$\frac{\partial p_\Omega}{\partial s} + L_x p_\Omega = 0$”.

74. 第163页 习题2 不正确。

75. 第164页 习题4 不正确, **应该是**: “$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$,”.

76. 第173页 第二行 “只依赖标得证券” **应该是**: “只依赖标的证券”。

77. 第173页 (9.7)式 **应该是**:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + rx\frac{\partial V}{\partial x} - rV = 0.$$

78. 第175页 (9.18)式 **应该是**:

$$dS_t = S_t(rdt + \sigma dB_t).$$

++

79. 第5页 Γ函数的性质(2),即递推公式 **应该是**: $\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$.

80. 第15页 命题1.6 (4) 中,ξ的矩母函数$M(\lambda)$..., **应该是**: ξ的矩母函数$M(z)$...。

81. 第18页 习题16,
    (a) 第一问 证明 $Var(Y) \geq Var(Y|X)$, **应该是**: $Var(Y) \geq E\big(Var(Y|X)\big)$。
    (b) $Var(Y|X) = E[(Y - E(Y|X))^2|Y]$ **应该是**: $Var(Y|X) = E[(Y - E(Y|X))^2|X]$。
    (c) 第二问中 求证 $Var(Y|X) = \rho^2 Var(Y)$, **应该是**: $Var(Y|X) = (1-\rho^2)Var(Y)$
    (d) 该习题应该放在第二章。

82. 第19页的习题30中的$cov(\xi_s, \xi_t) = R(s,t)$的定义与第16页相关函数的定义不符。

83. 第31页习题2中$\xi \sim \mathrm{Exp}_\lambda$, **可能写成如下形式更好**: $\xi \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$,即$\xi$服从参数为$\lambda$的指数分布。

84. 第51页倒数第4行，“严格的数学推导还需要假定$E|B_s|^3 < \infty$” **应该是**: “严格的数学推导还需要假定$\lim_{s\to 0}\frac{1}{s}E|B_s|^3 = 0$”.

85. 第146页 倒数第9行 第二个等号后的一项

$$\int (L_x p)(t,x,y)f(y)dy$$

应该是:

$$\int L^* p(t,x,y)f(y)dy.$$

++

86. 第155页 定理7.11中 方程的边值条件 **应该是**: $p_\Omega|_{y\in\partial\Omega} = 0$.

87. 第156页 最后一行 **可能是**: $t < T$ 更好.

88. 第157页 注中的方程 应该标明时刻s 在方程解u中的位置.

89. 第158页 定理7.14证明中第4行$f(\xi_x)$ **应该是**: $f(\xi_{\tau_x})$.

90. 书中 Feyman **应该是**: Feynman.

91. 第159页 定理7.17 第5行 **应该是**:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{d} a_{ij}(\mathbf{x})\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}......$$